

# Introduzione

Gli argomenti scelti per queste Lezioni di *Complementi di Analisi*, rivolte a studenti del Corso di Laurea in Fisica, sono stati scelti tra i principali teoremi dell'Analisi, con la cura di illustrare risultati

- importanti nelle loro applicazioni,
- importanti nelle loro tesi tutt'altro che ovvie,
- importanti per il prestigio storico dei loro autori.

Il primo argomento riguarda il **teorema di Banach**, comunemente nominato come *Principio delle contrazioni*, sul quale si fondano numerosi risultati d'esistenza e unicità: dalla soluzione del problema di Cauchy per le equazioni differenziali ordinarie, al metodo di Newton per la soluzioni di equazioni e di sistemi, a numerose tecniche moderne per la soluzione di problemi non lineari.

Il secondo argomento riguarda il **teorema di Brouwer**: un fondamentale risultato topologico che riguarda l'impossibilità di trasformare un cerchio su sé stesso con trasformazioni che non ammettano almeno un punto unito. Il risultato si generalizza dai cerchi ai convessi di dimensione qualsiasi e si applica all'esistenza di soluzioni periodiche di equazioni differenziali.

Il terzo argomento é il **teorema di Ascoli-Arzelá**: risultato che riguarda la possibilità (o meno) di estrarre da una successione di funzioni continue sottosuccessioni uniformemente convergenti, piú o meno come ci si aspetta di poter fare con le successioni limitate di punti di un  $\mathbb{R}^n$ . É naturale che tale possibilità giustifica numerosi algoritmi esistenziali dell'analisi: sapendo risolvere una successione di problemi approssimanti un problema assegnato, cosa si può pensare della successione delle soluzioni trovate ?

L'ultimo argomento é il **teorema di Weierstrass** sulla approssimabilità di qualunque funzione continua con polinomi: del teorema saranno fornite due dimostrazioni, una costruttiva tramite i polinomi di Bernstein e una teorica piú recentemente stabilita con il nome di **teorema di Stone**. Sul teorema di Weierstrass si possono costruire inoltre numerosi risultati di teoria delle serie di Fourier.