

PRINCIPALI ARGOMENTI
DEL COLLOQUIO DI
FUNZIONI DI PIU' VARIABILI
2006-2007

Gli argomenti elencati fanno riferimento alle Dispense di Funzioni di piu' Variabili disponibili agli studenti sul sito Internet del Dipartimento di Matematica.

Il loro elenco, piu' o meno dettagliato, fa riferimento alla cronologia con cui sono stati esposti e puo' aiutare gli studenti a riorganizzare quanto appreso nel Corso.

\mathbb{R}^2 spazio vettoriale normato

- Convergenza in \mathbb{R}^2 , le successioni di Cauchy.
- Punti interni e punti esterni a un insieme S: aperti, chiusi.
- Il teorema di Bolzano (*Complementi II*)

Le funzioni continue

- Esempi di funzioni continue e di funzioni non continue.
- Le funzioni lipschitziane.
- Il grafico e/o le linee di livello.

Due teoremi fondamentali

- Contrimmagini di intervalli aperti tramite funzioni continue
- Il teorema di Weierstrass (*Complementi II*)
- Il teorema d'esistenza degli zeri (condizioni sufficienti per l'equazione $f(x, y) = 0$)

Derivabilita' e continuita'

- Derivate parziali: saper scrivere i rapporti incrementali
- Il vettore gradiente: dove punta ?
- Il piano tangente al grafico.
- Differenziabilita', continuita',
- derivate parziali continue e differenziabilita',

La derivazione delle funzioni composte

- La regola di derivazione delle funzioni composte
- Derivate direzionali.

- Il teorema del valor medio.

Formula di Taylor

- La formula in una dimensione
- La formula di Taylor in due variabili
- Formule di Taylor quasi gratuite...

Massimi e minimi relativi

- I punti critici
- La loro classificazione (sufficiente) tramite la forma quadratica del Resto di Taylor
- Massimo e minimo in insiemi chiusi e limitati

Il teorema di Schwarz

- Quante sono le derivate parziali seconde, terze,... ?
- Le derivate seconde miste continue coincidono. (*Complementi II*)

Misura di Peano-Jordan nel piano

- Proprietá dell'area: additivitá, ecc.
- L'algoritmo di Peano-Jordan: gli insiemi misurabili.
- Misurabilitá e area esterna della frontiera uguale a zero.
- Un esempio di insieme non misurabile.

Integrali multipli

- Le somme integrali: la loro convergenza significa integrabilitá
- Integrabilitá delle funzioni lipschitziane.
- Il teorema della media (f continue, e dominio connesso)

Algoritmi di calcolo degli integrali doppi

- Doppia riduzione per integrali sopra rettangoli,
- Riduzione per Integrali su domini normali.
- Riduzione per integrali tripli su domini normali.

Trasformazioni e cambiamenti di coordinate

- Il caso unidimensionale
- Trasformazioni e cambiamenti di coordinate affini nel piano: lo jacobiano.
- La trasformazione degli integrali doppi e tripli (*Complementi II*)
- Le coordinate polari
- I solidi di rotazione
- Le coordinate cilindriche
- Le coordinate sferiche

Integrali curvilinei

- Lunghezza di una curva: l'algoritmo di calcolo
- Integrali curvilinei: definizione e algoritmo di calcolo.

Campi vettoriali

- Integrali curvilinei di campi vettoriali: lavoro
- Il lavoro dei campi gradiente

Campi conservativi

- La condizione necessaria: il test del rotore.
- Condizioni sufficienti: lemma di Poincaré'.