

PRINCIPALI ARGOMENTI  
DEL COLLOQUIO DI  
FUNZIONI DI PIU' VARIABILI  
2006-2007

*Gli argomenti elencati fanno riferimento alle Dispense di Funzioni di piu' Variabili disponibili agli studenti sul sito Internet del Dipartimento di Matematica.*

*Il loro elenco, piu' o meno dettagliato, fa riferimento alla cronologia con cui sono stati esposti e puo' aiutare gli studenti a riorganizzare quanto appreso nel Corso.*

**$\mathbb{R}^2$  spazio vettoriale normato**

- Convergenza in  $\mathbb{R}^2$ , le successioni di Cauchy.
- Punti interni e punti esterni a un insieme S: aperti, chiusi.
- Il teorema di Bolzano (*Complementi II*)

**Le funzioni continue**

- Esempi di funzioni continue e di funzioni non continue.
- Le funzioni lipschitziane.
- Il grafico e/o le linee di livello.

**Due teoremi fondamentali**

- Contrimmagini di intervalli aperti tramite funzioni continue
- Il teorema di Weierstrass (*Complementi II*)
- Il teorema d'esistenza degli zeri (condizioni sufficienti per l'equazione  $f(x, y) = 0$ )

**Derivabilita' e continuita'**

- Derivate parziali: saper scrivere i rapporti incrementali
- Il vettore gradiente: dove punta ?
- Il piano tangente al grafico.
- Differenziabilita', continuita',
- derivate parziali continue e differenziabilita',

**La derivazione delle funzioni composte**

- La regola di derivazione delle funzioni composte
- Derivate direzionali.

- Il teorema del valor medio.

### **Formula di Taylor**

- La formula in una dimensione
- La formula di Taylor in due variabili
- Formule di Taylor quasi gratuite...

### **Massimi e minimi relativi**

- I punti critici
- La loro classificazione (sufficiente) tramite la forma quadratica del Resto di Taylor
- Massimo e minimo in insiemi chiusi e limitati

### **Il teorema di Schwarz**

- Quante sono le derivate parziali seconde, terze,... ?
- Le derivate seconde miste continue coincidono. (*Complementi II*)

### **Misura di Peano-Jordan nel piano**

- Proprietá dell'area: additivitá, ecc.
- L'algoritmo di Peano-Jordan: gli insiemi misurabili.
- Misurabilitá e area esterna della frontiera uguale a zero.
- Un esempio di insieme non misurabile.

### **Integrali multipli**

- Le somme integrali: la loro convergenza significa integrabilitá
- Integrabilitá delle funzioni lipschitziane.
- Il teorema della media ( $f$  continue, e dominio connesso)

### **Algoritmi di calcolo degli integrali doppi**

- Doppia riduzione per integrali sopra rettangoli,
- Riduzione per Integrali su domini normali.
- Riduzione per integrali tripli su domini normali.

### **Trasformazioni e cambiamenti di coordinate**

- Il caso unidimensionale
- Trasformazioni e cambiamenti di coordinate affini nel piano: lo jacobiano.
- La trasformazione degli integrali doppi e tripli (*Complementi II*)
- Le coordinate polari
- I solidi di rotazione
- Le coordinate cilindriche
- Le coordinate sferiche

### **Integrali curvilinei**

- Lunghezza di una curva: l'algoritmo di calcolo
- Integrali curvilinei: definizione e algoritmo di calcolo.

### **Campi vettoriali**

- Integrali curvilinei di campi vettoriali: lavoro
- Il lavoro dei campi gradiente

### **Campi conservativi**

- La condizione necessaria: il test del rotore.
- Condizioni sufficienti: lemma di Poincaré'.