

PROGRAMMA DI FUNZIONI DI PIU' VARIABILI

2006-2007

Gli argomenti elencati fanno riferimento alle Dispense di Funzioni di piu' Variabili disponibili agli studenti sul sito Internet del Dipartimento di Matematica.

\mathbb{R}^2 spazio vettoriale normato

- La struttura di spazio vettoriale
- \mathbb{R}^2 come spazio normato
- La distanza
- Convergenza in \mathbb{R}^2
- Il teorema di Bolzano
- Le successioni di Cauchy
- Punti interni e punti esterni a un insieme S: aperti, chiusi.

Le funzioni continue

- Quando si parla di funzioni continue ?
- Produrre funzioni continue.
- Le funzioni radiali.
- Grafico o linee di livello.
- I punti di discontinuit.
- Funzioni lipschitziane.
- Incollare espressioni diverse.

Due teoremi fondamentali

- Contrimmagini tramite funzioni continue
- Il teorema di Weierstrass
- Il teorema d'esistenza degli zeri
- Le conseguenze

Le derivate

- Derivate parziali
- La pendenza di una superficie secondo una direzione.
- Le derivate parziali: prime, seconde,..

Derivabilita' e continuita'

- Differenziabilita', continuita', derivate parziali.
- Il piano tangente

La derivazione delle funzioni composte

- La variazione di funzioni composte
- Derivate direzionali
- Il teorema del valor medio
- Interpretazione geometrica

Formula di Taylor

- La formula in una dimensione
- La formula di Taylor in due variabili
- Formule di Taylor di ordine superiore
- Formule di Taylor quasi gratuite...
- Forme quadratiche: la riduzione a forma canonica.

Massimi e minimi relativi

- La selezione: condizioni sufficienti
- Massimo e minimo in insiemi chiusi e limitati
- Estremo superiore ed inferiore

Il teorema di Schwarz

- Quante sono le derivate parziali seconde, terze,... ?
- Le derivate seconde miste
- Un problema

Misura di Peano-Jordan nel piano

- L'area dei sottografici
- Proprietà dell'area
- L'algoritmo di Peano-Jordan
- L'area della frontiera.
- Aree di unioni e intersezioni.
- Un insieme non misurabile

Integrali multipli

- Le somme integrali
- Somme, differenze e prodotti di funzioni integrabili
- Additività
- Integrabilità delle funzioni continue
- Il teorema della media
- Integrali tripli

Formule di riduzione degli integrali

- Integrali sopra rettangoli
- Integrali su domini normali
- Riduzione integrali tripli

Trasformazioni e cambiamenti di coordinate

- Il caso unidimensionale
- Trasformazioni e cambiamenti di coordinate affini nel piano
- Cambi di coordinate generali
- La trasformazione degli integrali doppi
- Le coordinate polari
- Cambiamenti di coordinate in integrali tripli
- I solidi di rotazione
- Le coordinate cilindriche
- Le coordinate sferiche

Integrali curvilinei

- Lunghezza di una curva
- Una maggiorazione per la lunghezza
- Il calcolo della lunghezza
- Integrali curvilinei: definizione e algoritmo di calcolo.
- Proprietá degli integrali curvilinei
- Baricentro di una curva

Campi vettoriali

- Il campo del gradiente
- Integrali curvilinei di campi vettoriali: lavoro
- Il lavoro dei campi gradiente

Campi conservativi

- La condizione necessaria: il test di Schwarz.
- Il rotore
- Condizioni sufficienti: lemma di Poincaré'.