PROGRAMMA DEL CORSO DI ANALISI.

Corsi di laurea in Fisica e Fisica e Astrofisica

SAPIENZA - 2011-2012

1. Introduzione ai numeri reali e alle funzioni

1.1. Notazioni, insiemi numerici **N** , **Q** , **R**, e relative proprietà. Ordinamento. Modulo e distanza. Postulato degli intervalli incapsulati e assioma di Archimede.
1.2. Funzioni: dominio, insieme immagine, monotonia, simmetrie, funzioni composte.
1.3. Funzioni elementari e funzioni inverse (in particolare x^n, exp(x), $\ln(x)$, $[x]$, $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$, $|x|$, $\arcsin x$, $\arccos x$, $\arctan x$ e, per quelle invertibili, relazione tra il grafico della funzione e quello dell'inversa).
1.4. Maggioranti e minoranti, massimo e minimo, estremo superiore e inferiore di insiemi e di funzioni. Esitenza dell'estremo superiore e inferiore di insiemi limitati non vuoti (dimostrazione facoltativa, utilizzando il postulato degli intervalli incapsulati e l'assioma di Archimede).

2. Limiti e continuità

2.1. Successioni, limiti di successioni, limitatezza delle successioni convergenti. Successioni monotone e loro regolarità. Proprietà dei limiti. Limiti notevoli. Convergenza e divergenza, somma di una serie, serie geometrica e teorema del confronto per serie a termini positivi o nulli (non sono state trattate in generale quelle a termini di segno variabile).
2.2. Limiti di funzioni (anche limite destro e sinistro).
2.3. Funzioni continue. Esempi di discontinuità.
2.4. Teoremi sulle funzioni continue su intervalli chiusi e limitati: teoremi di esistenza dei valori intermedi e degli zeri, esistenza del massimo e del minimo su intervalli chiusi e limitati (Teorema di Weierstrass).

3. Derivate

3.1. Definizione di derivata, suo significato geometrico.
3.2. Derivate delle funzioni elementari, regole di derivazione, in particolare derivate delle funzioni composte e inverse.
3.3. Teoremi di Rolle, Lagrange e applicazioni (monotonia e determinazione di massimi e minimi relativi interni).
3.4. Massimi e minimi assoluti.

3.5. Derivate successive (cenni sulla concavità e convessità e punti di flesso).

4. Ordini di infinitesimo e infinito. Formula di Taylor

4.1. Ordini di infinitesimo e di infinito.
4.2. Teorema di l'Hospital.
4.3. Formula di Taylor e calcolo di tale formula per le funzioni elementari.
4.4. Espressioni del resto (secondo Lagrange e Peano) e applicazioni al calcolo di valori approssimati o di limiti.

5. Integrale di Riemann e sue proprietà

5.1. Somme integrali di funzioni limitate su intervalli chiusi e limitati. Le funzioni integrabili secondo Riemann. Integrabilità delle funzioni monotone e di quelle Lipschitziane
5.2. Proprietà dell'integrale e Teorema della media. Funzioni integrali.
5.3. Funzioni primitive. Teorema fondamentale del calcolo integrale e sue applicazioni.

6. Integrali indefiniti e definiti

6.1. Integrali elementari.
6.2. Integrazione per sostituzione e per parti.
6.3. Integrazione di funzioni razionali.
6.4. Calcolo di aree.

7. Numeri complessi

7.1 Proprietà dei numeri complessi. Modulo di un numero complesso, significato geometrico di somma e prodotto di numeri complessi.
7.2 Limiti nei complessi.
7.3 Esponenziale complesso e formula di Eulero (rappresentazione trigonometrica).

8. Equazioni differenziali lineari

8.1. Equazioni differenziali lineari del I ordine omogenee e non omogenee.
8.2. Equazioni differenziali lineari del II ordine a coefficienti costanti omogenee e non omogenee (per termini noti di tipo particolare).

9. $\mathbb{R}^d$, funzioni di piú variabili, curve

9.1. Metrica in $\mathbb{R}^d$. Sottinsiemi di $\mathbb{R}^d$, definizione e proprietà di insiemi aperti e chiusi.
9.2. Curve in $\mathbb{R}^d$ regolari a tratti. Lunghezza di una curva.
9.3. Funzioni di piú variabili, curve di livello, continuità. Derivate direzionali e parziali.