

2.1. Esercizio. Assegnata la successione

$$a_n = \sum_{k=0}^n \left(\frac{1}{10}\right)^k \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

- riconoscere che si tratta di una successione di razionali,
- riconoscere che si tratta di una successione di Cauchy,
- scelto $\varepsilon = 0.001$ determinare la corrispondente soglia n_ε tale che

$$\forall n, m \geq n_\varepsilon : |a_n - a_m| \leq \varepsilon$$

2.2. Esercizio. Provare che

$$\sqrt{2} + \sqrt[3]{2}$$

non é razionale.

2.3. Esercizio. Provare che la successione

$$a_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k!}$$

- é una successione di Cauchy,
- non converge nei razionali.

2.4. Esercizio. Provare che la successione

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = \sin(a_n) \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

é una successione di Cauchy.