

1 marzo 2009

3.1. Esercizio. Assegnata la successione di numeri reali

$$a_n = \frac{(1 + \sqrt{2})^n - (1 - \sqrt{2})^n}{2^n \sqrt{2}} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

- calcolare i suoi primi tre termini a_1, a_2, a_3 ,
- provare che gli a_n sono tutti numeri razionali.

3.2. Esercizio. Assegnata la successione di numeri reali

$$a_n = \frac{(1 + \sqrt{5})^n - (1 - \sqrt{5})^n}{2^n \sqrt{5}} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

- calcolare i suoi primi tre termini a_1, a_2, a_3 ,
- provare che gli a_n sono tutti numeri naturali.

3.3. Esercizio. Assegnata la successione

$$a_n = (1 + \sqrt{2})^n = \alpha_n + \beta_n \sqrt{2} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

- determinare α_n e β_n per $n = 1, 2, 3$
- determinare $\alpha_n^2 - 2\beta_n^2$ per $n = 1, 2, 3$
- riconoscere che $\forall n : |\alpha_n - \beta_n \sqrt{2}| \leq 1$.