

3 marzo 2009

**4.1. Esercizio.** Si dimostri che l'insieme dei numeri reali non razionali non é numerabile.

**4.2. Esercizio.** Siano definite su  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$  le seguenti funzioni

$$\begin{aligned}d_1(x, y) &= (x - y)^2 \\d_2(x, y) &= \sqrt{|x - y|} \\d_3(x, y) &= |x^2 - y^2| \\d_4(x, y) &= |x - 2y| \\d_5(x, y) &= \frac{|x - y|}{1 + |x - y|}\end{aligned}$$

Si riconosca quali di esse definisce una metrica su  $\mathbb{R}$ .

**4.3. Esercizio.** Si costruisca un insieme  $E \subset \mathbb{R}^2$  che abbia esattamente tre punti di accumulazione.