

8 marzo 2009

6.1. Esercizio. Sia $E = (0, 1/2]$ intervallo aperto a sinistra e chiuso a destra e siano

$$A_n = (1/2n, 3/2n), \quad n = 2, 3, 4, \dots$$

riconoscere che

- gli A_n sono aperti,
- gli A_n costituiscono un ricoprimento di $E = (0, 1/2]$,
- E non é contenuto nell'unione di un numero finito di tali A_n .

6.2. Esercizio. Sia $E = [0, 1]$ e siano

$$\forall n, k \in \mathbb{N}: A_{n,k} = \left(\frac{k-1}{n}, \frac{k+1}{n} \right)$$

riconoscere che

- gli $A_{n,k}$ sono aperti,
- gli $A_{n,k}$ costituiscono un ricoprimento di \mathbb{R} ,
- E é contenuto nell'unione di un numero finito di tali $A_{n,k}$,
- indicare esplicitamente quali $A_{n,k}$ bastano per coprire E

6.3. Esercizio. Assegnate le due famiglie di intervalli incapsulati

$$B_n = (0, 1/n), \quad C_n = [0, 1/n], \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

- riconoscere che possiedono entrambe la proprietá dell'intersezione finita non vuota,
- riconoscere che

$$\bigcap_{n=1}^{\infty} B_n = \emptyset, \quad \bigcap_{n=1}^{\infty} C_n = \{0\} \neq \emptyset$$

- verificare se gli aperti $\mathcal{C}(C_n)$ costituiscono un ricoprimento di $[0, 1]$.