

10 marzo 2009

**7.1. Esercizio.** Sia

$$z_n = \cos\left(\frac{n\pi}{5}\right) + i \sin\left(\frac{n\pi}{5}\right), \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

- riconoscere che si tratta di una successione limitata nei complessi,
- disegnare sul piano complesso  $z_1, z_2, z_3, z_4, z_5$
- estrarre due (almeno) sottosuccessioni convergenti,
- determinare l'insieme dei punti limite della successione  $\{z_n\}$ .

**7.2. Esercizio.** Posto  $w = 2 + 3i$  sia  $\{z_n\}$  la successione

$$z_n = \frac{w^n}{w^n + 1}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

- riconoscere che si tratta di una successione limitata nei complessi,
- disegnare sul piano complesso  $z_1, z_2, z_3, z_4, z_5$
- determinare il limite.

**7.3. Esercizio.** Sia  $\{s_n\}$  la successione definita in maniera ricorsiva al modo seguente:

$$s_1 = 0, \quad s_{2n} = \frac{s_{2n-1}}{2}, \quad s_{2n+1} = s_{2n} + \frac{1}{2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

- calcolare  $s_2, s_3, s_4, s_5$
- riconoscere che si tratta di una successione limitata,
- estrarre una (almeno) sottosuccessione convergente,
- determinare l'insieme dei punti limite della successione  $\{z_n\}$ .

**7.4. Esercizio.** Sia

$$x_n = (-1)^n \frac{n}{n+1}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

- riconoscere che si tratta di una successione limitata,
- estrarre due (almeno) sottosuccessioni convergenti,
- determinare l'insieme dei punti limite della successione  $\{x_n\}$ ,
- calcolare  $\liminf x_n$  e  $\limsup x_n$ .