ANALISI MATEMATICA I

Esercizi

12 marzo 2009

8.1. Esercizio. Consideriamo le due successioni

$$\begin{aligned}\{a_n\} = &\quad \{0,1,2,1,0,1,2,1,0,1,2,1,....\}\\ \{b_n\} = &\quad \{2,1,1,0,2,1,1,0,2,1,1,0,....\}\end{aligned}$$

- calcolare $\liminf a_n$, $\liminf b_n$, $\limsup a_n$, $\limsup b_n$,
- calcolare $\liminf(a_n + b_n)$, $\limsup(a_n + b_n)$,
- verificare che

$$\liminf a_n + \liminf b_n \leq \liminf(a_n + b_n)$$

- verificare che

$$\limsup(a_n + b_n) \leq \limsup a_n + \limsup b_n$$

8.2. Esercizio. Consideriamo le due successioni

$$\{a_n\} = \begin{cases} 1 & se \quad n = 7k \\ 0 & se \quad n \neq 7k \end{cases}$$

$$\{b_n\} = \begin{cases} 3 & se \quad n = 5k \\ 0 & se \quad n \neq 5k \end{cases}$$

- calcolare lim.inf e lim.sup di entrambe,
- confrontare

$$\liminf a_n + \liminf b_n \quad e \quad \liminf(a_n + b_n)$$

- confrontare

$$\limsup(a_n + b_n) \quad e \quad \limsup a_n + \limsup b_n$$

8.3. Esercizio. Sia

$$a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

la nota successione convergente al numero e di Nepero.

- calcolare, per ogni n, gli estremi

$$\lambda_n = inf_{k \geq n} a_k, \quad \Lambda_n = \sup_{k \geq n} a_k$$

- calcolare il lim.inf e il lim.sup
- posto $b_n = (-1)^n a_n$ calcolare il lim.infb_n e il lim.supb_n.