ANALISI MATEMATICA I

Esercizi

26 marzo 2009

14.1. Esercizio. Assegnata $f:\ [0,1] \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = x(2-x)$ poniamo

$$g:\ [0,1] \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R} \qquad g(x) = \max_{t \in [0,x]} f(t)$$

- provare che g é continua,
- provare che $f(x) \leq g(x)$,
- verificare se

$$\min_{[0,1]} g(x) = \min_{[0,1]} f(x), \quad \max_{[0,1]} g(x) = \max_{[0,1]} f(x)$$

14.2. Esercizio. Sia $E = [0,1] \cup [4,6]$: posto

$$d(x) = \min_{t \in E} |x-t|$$

- provare che d é continua,
- disegnarne il grafico,
- provare che d é uniformemente continua.

14.3. Esercizio. Sia

$$f:\ [0,\,1] \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \qquad f(x) = \sqrt{x}$$

- verificare se f é continua,
- scelto $x_0 \in [0,1]$ e scelto $\varepsilon > 0$ determinare δ_ε tale che

$$x_1 \in [0,1],\ |x_1 - x_0| \leq \delta_\varepsilon \quad \to \quad |f(x_1) - f(x_0)| \leq \varepsilon$$

- esaminare se f é uniformemente continua in $[0,1]$,
- esaminare se le pendenze incontrate nel grafico di f in $[0,1]$ siano o meno limitate.