

9 aprile 2009

**16.1. Esercizio.** Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = [x^3]$  essendo  $[.]$  la funzione parte intera,

- provare che si tratta di una funzione monotona,
- determinare l'insieme  $E$  dei suoi punti di discontinuitá,
- determinare l'immagine  $f(\mathbb{R})$ .

**16.2. Esercizio.** Assegnato l'insieme  $E = [-1, 0] \cup [1, 3]$  definiamo la funzione

$$\rho_E(x) = \inf_{z \in E} |x - z|$$

- provare che  $\rho_E$  é continua,
- provare che  $\rho_E$  é uniformemente continua,
- provare che  $\rho_E$  é lipschitziana.

**16.3. Esercizio.** Detto  $I = [0, 1]$  sia  $f : I \rightarrow I$  continua: si dimostri che esiste almeno un punto  $\xi \in I$  in cui riesce

$$\xi = f(\xi)$$