

21 aprile 2009

18.1. Esercizio. Siano $0 < a < b$: calcolare l'integrale

$$I(\alpha, a, b) = \int_a^b \frac{1}{x^\alpha} dx$$

- dire per quali α esiste (finito) il $\lim_{a \rightarrow 0} I(\alpha, a, b)$
- dire per quali α esiste (finito) il $\lim_{b \rightarrow \infty} I(\alpha, a, b)$

18.2. Esercizio. Assegnata la funzione $f(x) = x^2 e^{-x}$

- calcolare l'integrale

$$\int_0^L f(x) dx$$

- provare che esiste l'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} f(x) dx$$

- calcolare il valore di tale integrale improprio.

18.3. Esercizio. Assegnata $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, continua, tale che

$$\exists \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \ell$$

provare che se $\ell \neq 0$ allora non esiste l'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} f(x) dx$$

18.4. Esercizio. Costruire esempi di funzioni $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, continue, tali che

$$\exists \int_0^{+\infty} f(x) dx$$

e non esiste il $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.