

Gli esercizi di questa lezione, sono tratti dal Cap.3 delle
Note per il corso
Analisi Matematica I
e sono stati, parzialmente svolti a lezione.

19.1. Esercizio. Assegnata

$$f(x) = \frac{1}{x|\log(x)|^\alpha}, \quad x \in (0, +\infty)/\{1\}$$

indicare in quali intervalli esiste l'integrale $\int_a^b f(x)dx$ e per quali α .
(Cap. 3, pag.7)

19.2. Esercizio. Assegnata la funzione

$$R(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$$

essendo $p(x)$ e $q(x)$ due polinomi, indicare in quali intervalli esiste
l'integrale $\int_a^b R(x)dx$

19.3. Esercizio. Indipendenza del valore da attribuire ad un in-
tegrale improprio dalla successione usata per invadere l'intervallo di
integrazione: il caso di

$$\int_{-1}^1 \frac{1}{x} dx$$

(Cap. 3 pag. 8)

19.4. Esercizio. Esistenza dell'integrale improprio (Cap. 3 pag.
12)

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{(1-x^2)(1-k^2x^2)}} dx \quad k^2 < 1$$

19.5. Esercizio. La funzione gamma: (Cap. 3 pag.14)

$$\Gamma(x) = \int_0^{+\infty} e^{-y} y^{x-1} dx \quad x > 0$$

esistenza dell'integrale improprio, $\Gamma(x+1) = x\Gamma(x)$,

$$\Gamma(n+1) = n!$$

19.6. Esercizio. Esempio di $f(x)$ lineare a tratti per la quale esiste l'integrale improprio su $[0, +\infty)$ mentre per il modulo $|f(x)|$ l'integrale improprio diverge. (Cap. 3 pag. 16)

19.7. Esercizio. Sia

$$0 \leq f(x) \downarrow 0$$

una funzione non negativa, decrescente e infinitesima: riconoscere che esiste l'integrale improprio (Cap. 3 pag. 18)

$$\int_0^{+\infty} f(x) \sin(x) dx$$

19.8. Esercizio. il caso dell'integrale improprio (Cap. 3 pag.10)

$$\int_1^{+\infty} \frac{\cos(x)}{x} dx$$

19.9. Esercizio. Gli integrali di Fresnel (Cap. 3, pag. 18)

$$\int_0^{+\infty} \sin(x^2) dx$$

19.10. Esercizio. Una generalizzazione: per quali α esiste l'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \sin(x^\alpha) dx$$