

30 aprile 2009

22.1. Esercizio. Assegnata la successione

$$f_n(x) = \arctan(nx), \quad x \in \mathbb{R}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

- disegnare i grafici di $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$
- determinare

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x)$$

- decidere se la convergenza sia o meno uniforme.

22.2. Esercizio. Assegnata la serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^n, \quad |x| \leq 1/2$$

- provare che la serie converge uniformemente,
- determinare la somma della serie

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{n+1}$$

- determinare la somma della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} nx^{n-1}$$

22.3. Esercizio. Assegnata la serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$$

- provare che é uniformemente convergente in ogni intervallo chiuso e limitato $[a, b]$,
- provare inoltre che la serie non é uniformemente convergente in tutto \mathbb{R} ,
- detta e^x la sua somma provare che riesce

$$(e^x)' = e^x$$