

Esercizio 1. Piano euclideo E^2 con riferimento standard fissato. Verificare che la conica

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2x - 2y = 0$$

è una parabola. Determinarne il fuoco e la direttrice.

Esercizio 2. Spazio euclideo E^3 con riferimento standard fissato. È data la quadrica di equazione

$$3x^2 - 10xz - 2y^2 + 3z^2 + 6 = 0$$

Verificare che la quadrica è rotonda attorno ad un asse. Determinare equazioni cartesiane dei piani dello spazio che intersecano la quadrica secondo circonferenze di raggio $\sqrt{7}$.

Esercizio 3. Uno degli esercizi dell'esonero era caso particolare del seguente enunciato:

Spazio proiettivo $P^3(\mathbb{R})$. Siano r e s due rette sghembe e π un piano che non contiene nessuna delle due rette; allora esiste un' unica retta r' che interseca sia r che s ed è contenuta in π .

Trovare il duale del precedente enunciato.

Esercizio 4. (Esame Febbraio 2006) Piano affine con riferimento $O \underline{e}_1 \underline{e}_2$ fissato e coordinate associate (x, y) .

1. Verificare che le coniche di equazioni

$$2x^2 + 2y^2 + 4xy = 0$$

$$x^2 + y^2 + 2xy + \frac{3}{2}x + \frac{3}{2}y - 1 = 0$$

sono degeneri.

2. Determinare equazioni cartesiane delle rette in cui si decompongono.

Esercizio 5. (Esame Febbraio 2006) Nello spazio proiettivo $P^3(\mathbb{R})$ con coordinate omogenee x_0, x_1, x_2, x_3 è data la quadrica Q di equazione

$$-X_0^2 + 2X_1X_2 + 2X_1X_3 + 2X_2X_3 = 0$$

1. Determinare la forma canonica proiettiva della quadrica.

2. Sia Q_0 la quadrica affine di $P^3(\mathbb{R}) \setminus H_0$ ottenuta a partire da Q per deomogenizzazione. Classificare Q_0 .

Esercizio 6. Sia V uno spazio vettoriale e W_1, W_2 due suoi sottospazi. Verificare che se $W_1 \subseteq W_2$ allora $(W_2)^\circ \subseteq (W_1)^\circ$. Verificare che $(W_1 + W_2)^\circ = (W_1 \cap W_2)^\circ$ e che $(W_1 \cap W_2)^\circ = (W_1)^\circ + (W_2)^\circ$