Geometria I. Prof. P. Piazza. a.a. 2014-15.
Compito a casa del 28 Novembre 2014 (ottavo compito)

**Esercizio 1.** Per ognuna delle seguenti proposizioni in $P^3(\mathbb{R})$ enunciare la proposizione duale:
(i) tre punti sono allineati;
(ii) dati un punto e una retta che non contiene il punto, esiste un unico piano che contiene entrambi.

**Esercizio 2.** Determinare i punti d'intersezione (propri e impropri) delle due curve di $A^2(\mathbb{C})$:

$$\mathcal{C} : f(X;Y) = Y^3 - X^2 + XY = 0\,, \quad \mathcal{D} : f(X;Y) = X - Y^2 = 0\,.$$

(I punti di intersezione impropri sono i punti impropri di $\mathcal{C}^* \cap \mathcal{D}^*$.)

**Esercizio 3.** Determinare, se esistono, gli asintoti delle seguenti coniche di $A^2(\mathbb{C})$:

$$\mathcal{C}_1 : X^2 + Y^2 - 1 = 0\,, \quad \mathcal{C}_2 : X^2 - Y = 0\,.$$

**Esercizio 4.** È data la curva algebrica

$$\mathcal{C} : f(X;Y) = X^4 - X^2Y^2 + Y^3 = 0$$

in $A^2(\mathbb{C})$. Determinare i punti singolari di $\mathcal{C}$, le loro tangenti principali e gli eventuali asintoti di $\mathcal{C}$.

**Esercizio 5.** Studiare la natura dei punti impropri della curva algebrica

$$\mathcal{C} : f(X;Y) = (X-Y)^3 + X^2 - Y^2 - 4X = 0$$

in $A^2(\mathbb{C})$. Verificare che l'origine è un punto semplice e determinarne la tangente.