

Esercizio 1. Determinare i punti comuni alle curve algebriche di $P^2(\mathbb{C})$:

$$\mathcal{C} : F(X_0, X_1, X_2) = X_0^2 - X_1^2 + X_2^2 = 0, \quad \mathcal{D} : G(X_0, X_1, X_2) = X_0X_1 - X_2^2 + X_1^2 = 0.$$

Osservazione: il punto $[0, 0, 1] \notin \mathcal{C} \cup \mathcal{D}$.

Esercizio 2. Sia \mathcal{C} la curva di $A^2(\mathbb{C})$ di equazione

$$f(X; Y) = Y^2(X - 2Y) - (X^2 + Y^2) = 0.$$

1. Determinare i punti impropri di \mathcal{C} e gli eventuali asintoti.
2. Verificare che l'origine è un punto singolare; determinarne le tangenti principali.

Esercizio 3. Sia \mathcal{C} la curva di $A^2(\mathbb{C})$ di equazione

$$f(X; Y) = XY^2 - Y^4 + X^3 - 2X^2Y = 0.$$

1. Determinare i punti impropri di \mathcal{C} .
2. Verificare che non esistono asintoti.
3. Verificare che esiste un unico punto singolare.
4. Determinare le sue tangenti principali e stabilire se è un punto singolare ordinario oppure no.
5. Determinare l'equazione cartesiana della retta tangente nel punto $(4, -4)$ ¹.

¹otterrete multipli di 64...