

Geometria I. Prof. P. Piazza. a.a. 2014-15.
Compito in classe del 10 Dicembre 2014 (tutoraggio)

Esercizio 1. Verificare che in un fascio di coniche non tutte degeneri esistono precisamente tre coniche degeneri.

Esercizio 2. Siano \mathcal{C} e \mathcal{D} le coniche di $P^2(\mathbb{C})$ di equazione

$$(X_1 - X_0)^2 = 0 \quad X_0^2 - X_1^2 - X_2^2 = 0$$

e sia $\Lambda(\mathcal{C}, \mathcal{D})$ il fascio di coniche che esse definiscono.

1. Determinare i punti base del fascio.
2. Consideriamo il fascio di coniche affini definito da \mathcal{C}^* e \mathcal{D}^* , le coniche affini definite da \mathcal{C} e \mathcal{D} in $P^2(\mathbb{C}) \setminus \{X_0 = 0\}$. Determinare le parabole di tale fascio.

Esercizio 3. Determinare la conica di $P^2(\mathbb{C})$ tangente alla retta $\tau : X_1 - X_2 = 0$ nel punto $O[1, 0, 0]$ e passante per i punti $P[1, 1 - 1]$, $Q[0, 1, 0]$ e $R[0, 0, 1]$.
Suggerimento: scrivere il fascio di coniche con punti base O , Q ed R , con O di molteplicità 2.

Esercizio 4. Determinare il sistema lineare delle coniche di $P^2(\mathbb{C})$ che hanno per polare rispetto a $Q[1, 1, -1]$ la retta di equazione $X_0 + 2X_1 + X_2 = 0$