Geometria I. Prof. P. Piazza. a.a. 2014-15.
Compito a casa del 12 Dicembre 2014 (decimo compito a casa)

**Esercizio 1.** Determinare la conica di $A^2(\mathbb{C})$ che sia tangente alla retta $X-Y=0$ nell'origine e passi per i punti $A(1,0)$, $B(2,1)$ e $P(-1,1)$.

**Esercizio 2.** Determinare la conica non degenere di $A^2(\mathbb{C})$ che sia tangente alla retta $X=0$ nel suo punto $A(0,1)$, tangente alla retta $X-2Y=0$ nel suo punto $B(2,1)$ e tangente alla retta $s$ di equazione cartesiana $3X-Y-1=0$. Suggerimento: determinare un fascio di coniche soddisfacenti le prime due condizioni e poi imporre la tangenza alla retta $s$ (una retta $s$ è tangente una conica non degenere $\mathcal{C}$ se l'intersezione di $s$ con $\mathcal{C}$ è costituita da un unico punto).

**Esercizio 3.** Determinare la conica di $P^2(\mathbb{C})$ che abbia con la conica di equazione

$$X_1^2 + X_1X_2 + 2X_0X_1 - 2X_0X_2 = 0$$

molteplicità d'intersezione quattro in $O[1,0,0]$ e passi per il punto $P[1,1,0]$. Suggerimento: utilizzare un fascio di coniche con un unico punto base da contarsi con molteplicità 4.

**Esercizio 4.** Determinare la conica di $A^2(\mathbb{R})$ con centro nel punto $(2,1)$ e passante per i punti $A(0,0)$, $B(1,0)$ e $C(0,1)$.

**Esercizio 5.** Verificare che il sistema lineare delle quartiche di $P^2(\mathbb{C})$ che passano in $O(1,0,0)$, $A(0,1,0)$ e $B(0,1,0)$ con molteplicità due ha dimensione 5.
Suggerimento: passate a coordinate affini ed imponete che $O$ sia doppio. Poi imponete che i punti impropri $A$ e $B$ assorbano 2 intersezioni per ogni retta affine avente punto improprio $A$ o $B$. Ragionate al finito, ispirandovi al ragionamento fatto con gli asintoti....