

REGOLE D'ESAME

- i) All'esame saranno vietati libri, appunti e calcolatrici. Provate a risolvere questi esercizi senza consultare libri o appunti (ma se siete bloccati utilizzateli).
- ii) Risposta sbagliata -1 , risposta non indicata 0 .
- iii) Tempo a disposizione per questa autovalutazione: **70 minuti**.

1. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{e^x}{y^2} \\ y(0) = \sqrt[3]{2} \end{cases}$$

A $y = \sqrt[3]{2e^x}$
 D $y = \sqrt[3]{3e^x}$

B $y = \sqrt[3]{3e^x - 1}$

C $y = \sqrt[3]{e^x + 1}$

E $y = \sqrt[3]{2}$

2. Sia $y(x)$ l'unica soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = -\frac{y}{x} + \cos x \\ y(\pi) = 0 \end{cases}$$

La funzione $y(x)$ calcolata in $x = 2\pi$ vale

A π , B 2π , C $\frac{1}{\pi}$, D $\frac{1}{2\pi}$, E nessuna delle risposte

3. Trovare la soluzione generale dell'equazione differenziale lineare di secondo ordine

$$y'' - 3y' + \frac{9}{4}y = 0$$

A $y = \alpha e^{\frac{3}{2}t} \cos(3t) + e^{\frac{3}{2}t} \sin(3t)\beta$ B $y = \alpha e^{\frac{3}{2}t} + \beta e^{-\frac{3}{2}t}$ C $y = \alpha t^2 e^{\frac{3}{2}t} + \beta t e^{\frac{3}{2}t}$
 D $y = 5e^{\frac{3}{2}t}$ E $y = \alpha e^{\frac{3}{2}t} + \beta t e^{\frac{3}{2}t}$

4. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 3y' + 2y = 0, \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 2 \end{cases}$$

A $y(x) = 4e^{-x} - 3e^{-2x}$, B $y(x) = 3e^{-3x} + 2e^{-2x}$, C $y(x) = 5e^{-x} + 3e^{-2x}$,
 D $y(x) = (\sin x)e^{-x} + (\cos x)e^{-2x}$, E $y(x) = (\cos x)e^{-x} + (\sin x)e^{-2x}$

6. Determinare i vettori \underline{v} di \mathbb{R}^3 proporzionali al vettore $(1, 1, 1)$ e di lunghezza unitaria.

7. Per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ i seguenti vettori sono ortogonali?

$$\begin{pmatrix} 1 \\ \alpha \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \alpha \\ 3 - \alpha \\ 4 \end{pmatrix}$$

A $\alpha = 2$ B $\alpha = -6, 2$ C $\alpha = 6, -2$ D $\alpha = 2, 1$ E $\alpha = 0$