

## Istituzioni di Matematica, II modulo. Prof. Paolo Piazza.

Corso di Laurea in Scienze Naturali - a.a. 2022-2023.

### Compito del 8/5/2023 (Settimo compito)

**Definizione.** Sia  $A \subset \mathbb{R}^n$  ed  $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ . Un punto in cui si annulla il gradiente di  $f$  è detto un *punto estremo* o anche un *punto critico*.

**Esercizio 1.** Consideriamo la funzione  $f(x, y) = 2x^2 - 2\sqrt{3}xy$ . Verificare che  $(0, 0)$  è un punto critico e studiare la sua natura. Più precisamente, stabilire se  $(0, 0)$  è un punto di massimo o minimo relativo, oppure un punto di sella. Utilizzate la matrice Hessiana calcolata in  $(0, 0)$ ....

**Esercizio 2.** Determinare i punti critici della funzione

$$f(x, y) = x^2 + y^3 - xy$$

(sono due) e studiarne la natura.

**Esercizio 3.** Verificare che l'origine è un punto critico della funzione

$$f(x, y, z) = x^2 + 2y^2 + z^2 + xy - xz$$

e studiarne la natura.