

Istituzioni di Matematica, II modulo. Prof. Paolo Piazza.

Corso di Laurea in Scienze Naturali - a.a. 2022-2023.

Compito del 8/5/2023 (Settimo compito)

Definizione. Sia $A \subset \mathbb{R}^n$ ed $f : A \rightarrow \mathbb{R}$. Un punto in cui si annulla il gradiente di f è detto un *punto estremo* o anche un *punto critico*.

Esercizio 1. Consideriamo la funzione $f(x, y) = 2x^2 - 2\sqrt{3}xy$. Verificare che $(0, 0)$ è un punto critico e studiare la sua natura. Più precisamente, stabilire se $(0, 0)$ è un punto di massimo o minimo relativo, oppure un punto di sella. Utilizzate la matrice Hessiana calcolata in $(0, 0)$

Esercizio 2. Determinare i punti critici della funzione

$$f(x, y) = x^2 + y^3 - xy$$

(sono due) e studiarne la natura.

Esercizio 3. Verificare che l'origine è un punto critico della funzione

$$f(x, y, z) = x^2 + 2y^2 + z^2 + xy - xz$$

e studiarne la natura.