

Istituzioni di Matematica, II modulo. Prof. Paolo Piazza.

Corso di Laurea in Scienze Naturali - a.a. 2019-2020.

Esercizi di riepilogo. Parte 1.

Esercizio 1.

Seguendo una notazione consolidata scriviamo il numero reale ab^{-1} come

$$\frac{a}{b}$$

Stabilire se le seguenti proprietà dei numeri reali sono vere o false.

(1)

$$\frac{c}{a+b} = \frac{c}{a} + \frac{c}{b}$$

(2)

$$\frac{a^n}{n} = a$$

(3)

$$-x \leq -1 \Rightarrow x < 1$$

(4)

$$\frac{\left(\frac{a}{b}\right)}{b} = a$$

(5)

$$\frac{a}{c} \geq 1 \Rightarrow a \geq c$$

(6)

$$\sqrt{(-2)^2} = -2$$

(7)

$$\sqrt{a^2 + b^2} = a + b \quad a, b > 0$$

Esercizio 2. Determinare, se esistono, le soluzioni delle equazioni

$$|x + 10| = 3, \quad |x + 5| = -2, \quad x = 4 - 3|x|.$$

Esercizio 3. Determinare per quali $x \in \mathbb{R}$ è verificata la disequazione

$$|x^2 + 3x - 4| < 2.$$

Esercizio 4. Determinare per quali $x \in \mathbb{R}$ è verificata la disequazione:

$$\frac{x^2 + 3x - 4}{x - 6} \geq 0.$$

Esercizio 5. Determinare per quali $x \in \mathbb{R}$ è verificato il sistema

$$\begin{cases} |x| > 2, \\ x^2 + 4x < 0. \end{cases}$$

Esercizio 6. Sia $a \neq 1$. Calcolare

$$\log_a(1), \quad \log_a(a), \quad \log_a(a^2), \quad \log_a(\sqrt{a}).$$

Esercizio 7. Scrivere una uguaglianza che colleghi tra loro le seguenti quantità :

$$\log_{10}\left(\frac{54}{11}\right), \quad \log_{10}(2), \quad \log_{10}(3), \quad \log_{10}(11).$$

Esercizio 8. Calcolare

$$\log_2\left(\frac{1}{16}\right), \quad 2^{\log_2(512)}, \quad \log_{\sqrt{2}}\left(\sqrt[5]{\frac{1}{2}}\right)$$

Esercizio 9. Determinare $x \in (0, +\infty)$ tale che $\log_4(x) = 2$. Ripetere l'esercizio per $\log_7(x) = -2$.

Esercizio 10. A cosa è uguale $\pi^3 \pi^{\frac{1}{3}}$? Possibile risposte (scegliere quella giusta):

$$0, \quad 1, \quad \pi, \quad \frac{1}{\pi}, \quad \sqrt[3]{\pi^{10}}, \quad \sqrt[10]{\pi^3}.$$

Esercizio 11. Determinare l'insieme di definizione della funzione

$$f(x) = \log_{10}\left(1 - \left|\frac{x}{2-3x}\right|\right).$$