

# Istituzioni di Matematica, II modulo. Prof. Paolo Piazza.

Corso di Laurea in Scienze Naturali - a.a. 2021-2022.

## Compito del 3/3/2022

Abbiamo visto che per una funzione derivabile si ha:

$$(1) \quad \int h'(x)dx = h(x) + c, c \in \mathbb{R}.$$

Infatti a sinistra abbiamo  $\{G(x) + c, c \in \mathbb{R}\}$  con  $G(x)$  una primitiva di  $h'(x)$  e cioè una funzione tale che  $G'(x) = h'(x)$ ; è ovvio che possiamo scegliere  $G(x)$  uguale a  $h(x)$  e quindi vale (1).

Questo vuol dire che le classiche liste di derivate notevoli, con a sinistra la colonna delle funzioni elementari, e a destra la colonna delle loro derivate, può anche essere letta, da destra a sinistra, come una lista di integrali notevoli. Inoltre, tenete sempre presente la regola di derivazione delle funzioni composte.

**Esempio.** Vogliamo calcolare

$$\int \sin^2(x) \cos x dx$$

Osserviamo che

$$\sin^2(x) \cos x = \left(\frac{1}{3} \sin^3(x)\right)'$$

Ma allora per la (1) abbiamo

$$\int \sin^2 x \cos x dx = \int \left(\frac{1}{3} \sin^3(x)\right)' dx = \frac{1}{3} \sin^3(x) + c.$$

Dopo aver ripassato tutte le derivate notevoli (e quindi, per quanto appena spiegato, tutti i corrispondenti integrali), calcolare i seguenti integrali.

$$(2) \quad \int \cos 3x dx; \quad \int 2 \sin^3 x \cos x dx; \quad \int x e^{-x^2} dx;$$

$$(3) \quad \int \frac{1}{e^x} dx; \quad \int \frac{1}{x \log x} dx; \quad \int \frac{1}{\sqrt{x} \cos^2 \sqrt{x}} dx$$

$$(4) \quad \int \sin^5 x \cos x dx; \quad \int \sin 5x dx; \quad \int (4 \sin^5 x \cos x + 9 \sin 5x) dx;$$

$$(5) \quad \int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx; \quad \int e^{\sin x} \cos x dx;$$

$$(6) \quad \int x \sin(x^2 + 5) dx; \quad \int \frac{\sin x}{\cos^7 x} dx$$

**Esercizi di ripasso**

Calcolare i seguenti limiti:

$$(7) \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x^2 - 9) \sin(\pi/x)}{(2x + 3) \sin(x - 3)}.$$

$$(8) \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1}$$

Suggerimento: moltiplicare e dividere per.....

$$(9) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 4x + 1} - x$$

Suggerimento: moltiplicare e dividere per.....