

Istituzioni di Matematica, II modulo. Prof. Paolo Piazza.

Corso di Laurea in Scienze Naturali - a.a. 2021-2022.

Compito dell' 18/3/2022 (terzo compito)

Esercizio 0. Sappiamo che

$$\int x^b dx = \frac{1}{b+1} x^{b+1} + c$$

perché

$$\left(\frac{1}{b+1} x^{b+1}\right)' = x^b \quad \text{e} \quad \int h'(x) dx = h(x) + c.$$

Procedendo analogamente, dalla formula di derivazione delle funzioni composte,

$$\int f(x)^b f'(x) dx = \frac{1}{b+1} f(x)^{b+1} + c$$

perché

$$\left(\frac{1}{b+1} f(x)^{b+1}\right)' = f(x)^b f'(x)$$

Quindi, riassumendo,

$$\int x^b dx = \frac{1}{b+1} x^{b+1} + c \qquad \int f(x)^b f'(x) dx = \frac{1}{b+1} f(x)^{b+1} + c$$

Completate, formando due colonne di integrali; a sinistra quelli classici, a destra le loro modifiche come nell'esempio appena fatto.

Esercizio 1. Calcolare

$$\int \frac{dx}{(x+2)^3}, \quad \int \frac{dx}{2x+3}, \quad \int x \sin(x^2+5) dx, \quad \int \frac{\sqrt{3+\operatorname{tg} x}}{\cos^2 x} dx$$

Esercizio 2. Calcolare

$$\int \frac{1-2x}{x^2+2x+5} dx, \quad \int \frac{1}{x(x+1)} dx$$

Il primo ha denominatore senza radici reali ed è stato impostato in classe; per il secondo porre

$$\frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} = \frac{1}{x(x+1)}$$

Esercizio 3. Calcolare

$$\int \frac{dx}{2\sqrt{x+1} + x + 2}$$

Suggerimento: usare la sostituzione $t = \sqrt{x+1}$.

Esercizio 4. Calcolare

$$\int \sqrt{e^x - 1} dx$$

Suggerimento: usare la sostituzione $t = \sqrt{e^x - 1}$.

Esercizio 5. Calcolare

$$\int x^5 e^{x^2} dx$$

Suggerimento: usare la sostituzione $t = x^2$.

Esercizio 6. Calcolare

$$\int \log x (e^x + xe^x) dx$$

Suggerimento: usare l'integrazione per parti.