

Istituzioni di Matematica, II modulo. Prof. Paolo Piazza.

Corso di Laurea in Scienze Naturali - a.a. 2021-2022.

Esercizi di riepilogo. Parte 4.

Esercizio 1. Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$(1) \quad \int \frac{1}{x^2 - 3x + 2} dx$$

Esercizio 2. Calcolare i seguenti integrali indefiniti:

$$(2) \quad \int x^2 \sin x dx, \quad \int \log x (xe^x + e^x) dx$$

Esercizio 3. Con un'opportuna sostituzione, calcolare i seguenti integrali indefiniti:

$$(3) \quad \int \frac{1 + e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx, \quad \int x^5 e^{x^2} dx$$

Esercizio 4. Calcolare il seguente integrale definito:

$$\int_0^{\pi/4} \sin^3 x \cos x dx$$

Esercizio 5. Dare la soluzione generale delle equazioni differenziali

$$y' = 2y + 1 \quad y' = -y + e^x.$$

Esercizio 6. Risolvere il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = xy^2 \\ y(0) = -1 \end{cases}$$

Esercizio 7. Consideriamo il sistema di 3 equazioni in 3 incognite dipendente dal parametro $t \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} x + ty + (t-1)z = 1 \\ y + 2tz = 5 \\ x + (1-t)y - z = 2 \end{cases}$$

Determinare l'insieme dei $t \in \mathbb{R}$ per i quali il sistema ammette un'unica soluzione.

Esercizio 8. Determinare il rango della matrice

$$\begin{vmatrix} 2 & -2 & 1 & 0 & -1 \\ -6 & 6 & -3 & 0 & 3 \end{vmatrix}$$

Esercizio 9. Determinare un vettore ortogonale a $\underline{v} = (1, 1, 1)$, $\underline{u} = (-1, 0, 1)$.

Esercizio 10. Determinare un vettore proporzionale a $\underline{u} = (-1, 0, 1)$ e di lunghezza 2.