

REGOLE D'ESAME

- i) All'esame saranno vietati libri, appunti e calcolatrici. Provate a risolvere questi esercizi senza consultare libri o appunti (ma se siete bloccati utilizzateli).
- ii) Risposta sbagliata -1 , risposta non indicata 0 .
- iii) Non si perdono punti con le domande a risposta aperta. Scrivere il procedimento non è necessario ma può far ottenere punti parziali anche se la risposta è sbagliata.
- iv) Tempo a disposizione per questa autovalutazione: **90 minuti**.

1. Sia $y(x)$ l'unica soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + y = (1 - x) \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

La funzione $y(x)$ calcolata in $x = 1$ vale

- A $\pi + e$, B $2\pi + \frac{1}{e}$, C $1 - \frac{2}{e}$, D $4 + \frac{1}{2e}$, E nessuna delle risposte

2. Trovare la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{-y^3}{x+1} \\ y(0) = \frac{1}{2} \end{cases}$$

- A $y = \frac{2}{\log|x+1|+4}$ B $y = \frac{1}{\sqrt{2\log|x+1|+4}}$ C $y = \frac{1}{\sqrt[3]{3\log|x+1|+8}}$
 D $y = \frac{-1}{\sqrt{2\log|x+1|+1}}$ E $y = \frac{1}{\sqrt{\log|x+1|+2}}$

3. Per quali valori di α i seguenti vettori sono ortogonali?

$$\begin{pmatrix} 1 \\ \alpha \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \alpha \\ 3 - \alpha \\ 4 \end{pmatrix}$$

- A $\alpha = 2$ B $\alpha = -6, 2$ C $\alpha = 6, -2$ D $\alpha = 2, 1$ E $\alpha = 0$

4. Determinare un vettore di \mathbb{R}^3 che sia ortogonale al vettore $\underline{v} = (1, 2, 0)$ e al vettore $\underline{w} = (0, 1, 1)$

5. Consideriamo il sistema di 3 equazioni in 3 incognite

$$\begin{cases} kx + ky + z = 1 \\ y + 2kz = -2 \\ y - 2z = 3 \end{cases}$$

con $k \in \mathbb{R}$ un parametro. Il sistema ammette un'unica soluzione per

- A $k = 0$ B $k = -1$ C $k \neq 0$ e $k \neq -1$ D per ogni $k \in \mathbb{R}$
 E $k \neq -1$ e $k \neq -2$

6. Discutere la risolubilità del sistema dell'esercizio 5 per $k = -1$.