

Corso di Laurea in Scienze Naturali. a.a. 2020-21.
Istituzioni di Matematica. Canale 2.
Prof. Paolo Piazza
Compito a casa del 29/10/20

Esercizio 1. Determinare, se esistono, le soluzioni delle equazioni

$$|x + 10| = 3, \quad |x + 5| = -2, \quad x = 4 - 3|x|.$$

Esercizio 2. Determinare l'insieme di definizione (o dominio naturale o, semplicemente, dominio) della funzione

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 + 3x - 4}{x - 6}}.$$

Esercizio 3 (da fare in un secondo tempo, dopo aver fatto tutti gli altri esercizi).

Determinare per quali $x \in \mathbb{R}$ è verificata la disequazione

$$|x^2 + 3x - 4| < 2.$$

Risposta: $x \in \left(\frac{-3-\sqrt{33}}{2}, \frac{-3-\sqrt{17}}{2}\right) \cup \left[-1, \frac{-3+\sqrt{33}}{2}\right)$.

Esercizio 4. Determinare per quali $x \in \mathbb{R}$ è verificato il sistema

$$\begin{cases} |x| > 2 \\ x^2 + 4x < 0 \end{cases}.$$

Esercizio 5. Determinare l'insieme di definizione (o dominio) delle seguenti funzioni:

$$(i) f(x) = \frac{1}{\cos^2 x}; \quad (ii) f(x) = \sqrt{\frac{|x+6|}{|x-3|}}; \quad (iii) f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + x + 9}} + \cos x$$

Esercizio 6. Verificare che la funzione $f(x) = x^2$ con dominio $\text{Dom}(f) = [0, +\infty)$ è strettamente crescente e quindi iniettiva.

Esercizio 7. Studiare l' iniettività delle seguenti applicazioni:

- $f_1 : \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$
 $x \rightarrow \sin x$
- $f_2 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \rightarrow x^2$
- $f_3 : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \rightarrow x^2$
- $f_4 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \rightarrow 2x + 5$

Esercizio 8. Consideriamo $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \rightarrow x^2 - 3x + 2$.

(i) Stabilire se $0 \in \text{Im}(f)$

(ii) Stabilire se f è iniettiva

Esercizio 9. Consideriamo $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \rightarrow x^2 + 1$.

Vero o Falso: $\text{Im}(f) = \mathbb{R}$.

Esercizio 10 (di ripasso). A cosa è uguale $\pi^3 \pi^{\frac{1}{3}}$? Possibile risposte (scegliere quella giusta):

$$0, \quad 1, \quad \pi, \quad \frac{1}{\pi}, \quad \sqrt[3]{\pi^{10}}, \quad \sqrt[10]{\pi^3}.$$

Esercizio 11 (di ripasso). Scrivere un'uguaglianza che colleghi tra loro le seguenti quantità :

$$\log_{10}\left(\frac{54}{11}\right), \quad \log_{10}(2), \quad \log_{10}(3), \quad \log_{10}(11).$$

Esercizio 12. Consideriamo la funzione $f(x) = 4x + 3$, scritta anche come $y = 4x + 3$, con dominio uguale a \mathbb{R} . Verificare che $\text{Im}(f) = \mathbb{R}$. Verificare che è ben definita la funzione inversa $f^{-1} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e determinarla esplicitamente.

Esercizio 13. Sia $g(x) = \frac{\sqrt{|\cos x|}}{2}$ e $f(x) = \sqrt{x^3 + 1}$. Determinare $g \circ f$.

Esercizio 14. Consideriamo la funzione $h(x) = \sqrt{\cos x + 10}$. Esprimere h come composizione di due funzioni.