Corso di Laurea in Scienze Naturali. a.a. 2020-21.
Istituzioni di Matematica. Canale 2.
Prof. Paolo Piazza
Compito a casa del 11/11/20

Esercizio 1. Sulla base dello studio dei grafici che trovate nelle dispense, convincetevi che si ha:

$\lim_{x\to+\infty} x^n = +\infty$ se $n \in \mathbb{N}^+$.

$\lim_{x\to-\infty} x^n = +\infty$ se $n \in \mathbb{N}^+$, n pari.

$\lim_{x\to-\infty} x^n = -\infty$ se $n \in \mathbb{N}^+$, n dispari.

$\lim_{x\to\pm\infty} \dfrac{1}{x^n} = 0$ se $n \in \mathbb{N}^+$.

$\lim_{x\to0^+} \dfrac{1}{x^n} = +\infty$ se $n \in \mathbb{N}^+$.

$\lim_{x\to0^-} \dfrac{1}{x^n} = +\infty$ se $n \in \mathbb{N}^+$, n pari.

$\lim_{x\to0^-} \dfrac{1}{x^n} = -\infty$ se $n \in \mathbb{N}^+$, n dispari.

$$\lim_{x\to+\infty} x^\alpha = \begin{cases} +\infty & \text{se} \quad \alpha > 0 \\ 0 & \text{se} \quad \alpha < 0 \end{cases}$$

$$\lim_{x\to0^+} x^\alpha = \begin{cases} 0 & \text{se} \quad \alpha > 0 \\ +\infty & \text{se} \quad \alpha < 0 \end{cases}$$

$$\lim_{x\to+\infty} a^x = \begin{cases} +\infty & \text{se} \quad a > 1 \\ 0 & \text{se} \quad 0 < a < 1 \end{cases}$$

$$\lim_{x\to-\infty} a^x = \begin{cases} 0 & \text{se} \quad a > 1 \\ +\infty & \text{se} \quad 0 < a < 1 \end{cases}$$

$\lim_{x\to+\infty} \log x = +\infty$

$\lim_{x\to0^+} \log x = -\infty$

$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}^-} \tan x = +\infty$; $\quad \lim_{x\to-\frac{\pi}{2}^+} \tan x = -\infty$ dove $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

$\lim_{x\to\pi^-} \cot x = -\infty$; $\quad \lim_{x\to0^+} \cot x = +\infty$ dove $\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$

$\lim_{x\to\pm\infty} \text{arctan} x = \pm\dfrac{\pi}{2}$

Esercizio 2. Svolgere l'esercizio 3.6 nelle dispense.

Esercizio 3. Abbiamo enunciato il limite notevole

$$\lim_{x\to0} \frac{\sin x}{x} = 1\,.$$

Utilizzando le operazioni sui limiti calcolare:

$$\lim_{x\to 0}\left((\frac{\sin x}{x}) \, (\cos(x) + \sqrt{1+x^2}) \right)$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin^2 x}{x^2}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin^2 x}{x}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin(x) + x\cos x}{x}$$

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{\sin(x) + \cos x}{x}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{\sin 2x}$$