2/9/2020: Esame di Istituzioni di Matematica. Proff Piazza e Spinelli

REGOLE D'ESAME

i) Sono vietati libri e appunti.
ii) Telefoni cellulari, smartphones, tablets etc **spenti**.
iii) Risposta sbagliata -1, risposta non indicata 0.

1. Determinare l'insieme di definizione della funzione $\sqrt{\frac{\log x^3}{x^2-4}}$

$\boxed{A}$ $]1,2[$, $\boxed{B}$ $]1,+\infty[$, $\boxed{C}$ $]0,1]\cup]2,+\infty[$, $\boxed{D}$ $]0,+\infty[$, $\boxed{E}$ nessuna delle risposte

Risposta: $\boxed{C}$

2. Determinare il limite per $x \to 0$ dell funzione

$$\frac{(\cos x)^2 - 1}{x^2} \cdot (x^3 \cos x + 1)$$

$\boxed{A}$ 1, $\boxed{B}$ $\frac{1}{2}$, $\boxed{C}$ -1, $\boxed{D}$ non esiste, $\boxed{E}$ $+\infty$

Risposta: $\boxed{C}$

3. Determinare il valore della derivata di $\sqrt[3]{\frac{x^2-1}{x+3}}$ in $x = -2$

$\boxed{A}$ $7 \cdot 3^{\frac{5}{3}}$, $\boxed{B}$ $21 \cdot 3^{\frac{1}{3}}$, $\boxed{C}$ $-7 \cdot 3^{-\frac{2}{3}}$, $\boxed{D}$ $-7 \cdot 3^{-\frac{5}{3}}$, $\boxed{E}$ nessuna delle risposte

Risposta: $\boxed{D}$

4. Sia $y(x)$ l'unica soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = -\frac{y}{x} + \cos x \\ y(\pi) = 0 \end{cases}$$

La funzione $y(x)$ calcolata in $x = 2\pi$ vale

$\boxed{A}$ π, $\boxed{B}$ 2π, $\boxed{C}$ $\frac{1}{\pi}$, $\boxed{D}$ $\frac{1}{2\pi}$, $\boxed{E}$ nessuna delle risposte

Suggerimento: nel corso della soluzione dovrete utilizzare un'integrazioni per parti.

Risposta: $\boxed{C}$

5. Il sistema dipendente da un parametro

$$\begin{cases} x - y + kz = 1 \\ ky - z = 0 \\ -x + y + z = k \end{cases}$$

ammette un'unica soluzione per
$\boxed{\text{A}}$ k diverso da 0 e 1, $\boxed{\text{B}}$ $k = 0$ e $k = 1$, $\boxed{\text{C}}$ $k = 0$ e $k = -1$, $\boxed{\text{D}}$ $0 < k < 1$,
$\boxed{\text{E}}$ k diverso da 0 e -1.
Risposta: $\boxed{\text{E}}$

6. La deviazione standard della distribuzione

$$\{0, 1, 3, 2, 5, 6, 2, 5\}$$

è un numero reale s tale che
$\boxed{\text{A}}$ $s \in [0, 1]$ $\boxed{\text{B}}$ $s \in]1, 2]$ $\boxed{\text{C}}$ $s \in]2, 3]$ $\boxed{\text{D}}$ $s \in]4, 5]$ $\boxed{\text{E}}$ $s \in]5, 6]$.
Risposta: $\boxed{\text{C}}$

7. Calcolare l'intergrale indefinito

$$\int \frac{1 + e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$$

Riportate la vostra risposta qui sotto, esplicitando in maniera dettagliata tutti i passaggi.

Soluzione. Facendo la sostituzione

$$\sqrt{x} = t \,, \quad x = t^2 \,, \quad dx = 2tdx \,,$$

applicando la formula di sostituzione, calcolando il risultante integrale in t e ritornando poi alla variabile x otteniamo

$$\int \frac{1 + e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx = 2\sqrt{x} + 2e^{\sqrt{x}} + c \,.$$