

Cognome	Matricola
---------	-----------

### REGOLE D'ESAME

- i) Sono vietati libri, appunti e calcolatrici. Si usa solo la penna !
- ii) Telefoni cellulari, smartphones, tablets etc **rigorosamente** spenti.
- iii) Risposta sbagliata  $-1$ , risposta non indicata  $0$ .
- iv) Non si perdono punti con le domande a risposta aperta. Scrivere il procedimento non è necessario ma può far ottenere punti parziali anche se la risposta è sbagliata.
- v) Tempo a disposizione: **100 minuti**.

1. Determinare le soluzioni dell'equazione  $3x - 2 = |x| + 1$ .

Soluzione. Per  $x \geq 0$  l'equazione diventa  $3x - 2 = x + 1$  che ha soluzione  $x = 3/2$ . Per  $x < 0$  l'equazione diventa  $3x - 2 = -x + 1$ ; questa equazione ha soluzione  $x = 3/4$  che però non è ammissibile perché  $3/4$  non è  $< 0$ .

Risposta: l'equazione ha la sola soluzione  $x = 3/2$ .

2. A cosa è uguale  $\log_{10}(\sqrt[5]{(1000)^2})$  ?

☐ A  $\frac{5}{2}$

☐ B  $5$

☐ C  $\frac{2}{5}$

☒ D  $\frac{6}{5}$

☐ E  $-5$

3. Determinare l'insieme di definizione della funzione  $\frac{\log \sqrt{x^3}}{x^2 + 2x - 3}$

☐ A  $]1, +\infty[$

☐ B  $]0, +\infty[$

☐ C  $\mathbb{R} - \{1\}$

☒ D  $]0, 1[ \cup ]1, +\infty[$

☐ E  $]0, 1[ \cup ]3, +\infty[$

4. Determinare il limite per  $x \rightarrow 0$  della funzione

$$\frac{\sin 3x}{\sin 2x} \cdot (\cos x + 1)$$

Soluzione. Il limite di un prodotto è il prodotto dei limiti; il primo fattore converge a  $3/2$ , utilizzando ad esempio L'Hopital; il secondo fattore converge senza problemi a  $2$ .

Risposta: il limite vale  $3$ .

5. Determinare il valore della derivata nel punto  $x = 0$  della funzione  $\log \left( \frac{x+1}{x^2+1} \right)$

Soluzione. Ricordando la derivata del logaritmo, la regola di derivazione di una funzione composta e la derivata di un quoziente si ottiene

$$\left(\frac{x^2 + 1}{x + 1}\right) \left(\frac{1 \cdot (x^2 + 1) - (x + 1)2x}{(x^2 + 1)^2}\right)$$

che calcolato in  $x = 0$  vale 1.

Si consideri la funzione

$$f(x) = (x^2 - 2x)e^{-x}.$$

**6.1** Calcolare il limite per  $x \rightarrow +\infty$  di  $f(x)$ .

- ☒ **A** 0      ☐ **B** 1      ☐ **C**  $+\infty$       ☐ **D** non esiste      ☐ **E**  $-\infty$

**6.2** Calcolare il limite per  $x \rightarrow -\infty$  di  $f(x)$ .

- ☐ **A** 0      ☐ **B** 1      ☒ **C**  $+\infty$       ☐ **D** non esiste      ☐ **E**  $-\infty$

**7** Calcolare la derivata  $f'(x)$  di  $f(x)$ .

- ☐ **A**  $-(x^2 - 2x)e^{-x}$     ☒ **B**  $-(x^2 - 4x + 2)e^{-x}$     ☐ **C**  $x^2e^{-x}$     ☐ **D**  $(x^2 + 4x + 2)e^{-x}$     ☐ **E**  $(2x - 2)e^{-x}$

**8** Quali sono i punti di massimo relativo di  $f(x)$ ?

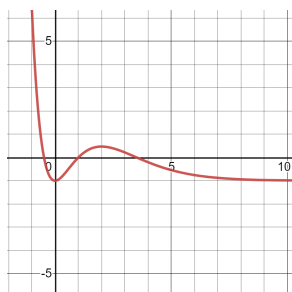
- ☐ **A** 1      ☐ **B** 2      ☐ **C**  $2 - \sqrt{2}$       ☒ **D**  $2 + \sqrt{2}$       ☐ **E** nessuno

**9** Quali sono i punti di minimo relativo di  $f(x)$ ?

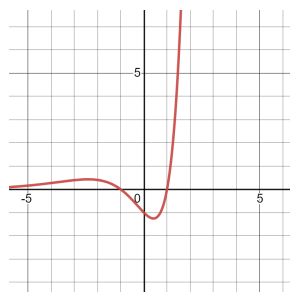
- ☐ **A** 1      ☐ **B** 2      ☒ **C**  $2 - \sqrt{2}$       ☐ **D**  $2 + \sqrt{2}$       ☐ **E** nessuno

**10** Dei grafici disegnati nel foglio allegato, quale si avvicina di più a quello di  $f(x)$ ?

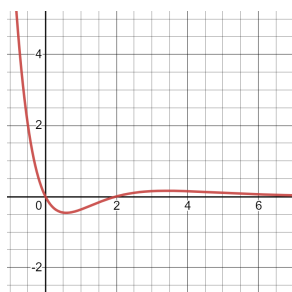
- Risposta: ☐ **A**      ☐ **B**      ☒ **C**      ☐ **D**      ☐ **E**      ☐ **F**      ☐ **G**      ☐ **H**



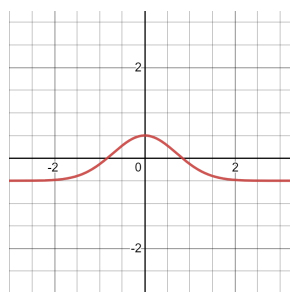
A



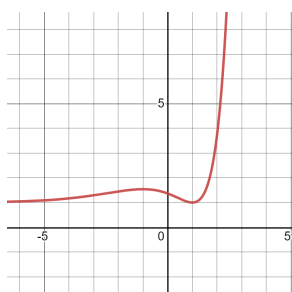
B



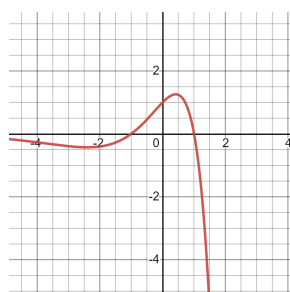
C



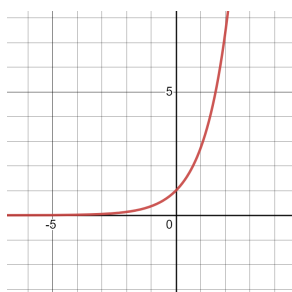
D



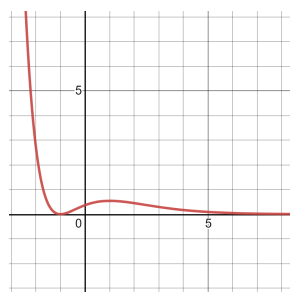
E



F



G



H