

Istituzioni di Matematica. 2022-2023. Esercizi di ripasso. Parte 4.

1. Determinare i vettori di \mathbb{R}^4 proporzionali al vettore $(1, 0, -1, 0)$ e di lunghezza 2.

Soluzione. I vettori proporzionali al vettore dato sono i vettori $\{(t, 0, -t, 0), t \in \mathbb{R}\}$. Cerchiamo quelli la cui lunghezza è uguale a 2. La lunghezza di $(t, 0, -t, 0)$ è uguale a

$$\sqrt{t^2 + 0 + t^2 + 0}$$

e quindi cerchiamo t tale che $\sqrt{2t^2} = 2$ o equivalentemente $2t^2 = 4$. Le due soluzioni sono $t = \pm\sqrt{2}$ e quindi la soluzione è data dalla coppia di vettori

$$(\sqrt{2}, 0, -\sqrt{2}, 0) \quad (-\sqrt{2}, 0, \sqrt{2}, 0)$$

2. Calcolare l'area della regione di piano delimitata dall'asse x , dal grafico della funzione $f(x) = \sqrt{x}$ e dalla retta $x = 1$

A $\frac{1}{2}$, B 6, C $x^{\frac{3}{2}}$, D $\frac{3}{2}x^{\frac{3}{2}}$, E $\frac{2}{3}$

Risposta: E

3. Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = e^{-x}y^2 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

A $y(x) = e^x$ B $y(x) = 3xe^x$ C $y(x) = \log x$ D $y(x) = 1 + \sin x$

E $y(x) = x^2 - \log x^2$

Risposta: A

4. Sia $y(x)$ l'unica soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = -\frac{1}{3}y + \frac{2}{3}e^{-x} \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

La funzione $y(x)$ è uguale a

A e^{-3x} , B $e^{-3x} + e^x$, C $-e^{-x} + e^{-\frac{1}{3}x}$, D $e^x + e^{\frac{1}{3}x}$, E $e^{-x} + 3e^x$

Risposta: C

5. Sia $y(x)$ l'unica soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = 0 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

La funzione $y(x)$ è uguale a

A e^{2x} B $e^x + e^{2x}$ C $-e^x + e^{3x}$ D $2e^x - e^{2x}$ E nessuna di queste

Risposta: D

6. Calcolare la mediana della seguente collezione non-ordinata di numeri

$$\{4, 3, 5, 2, 7, 2, 8, 3, 9, 1\}$$

A 3 B 3,5 C 5 D 5,5 E 4,5.

Risposta: B

7 Calcolare la media quadratica della successione 0, 4, 0, 1, 7, 2, 0.

A 1 B $\sqrt{10}$ C 2 D $\sqrt{70}$ E $\sqrt{2}$

Risposta: B

8. Calcolare il primo quartile, Q_1 , della seguente collezione non-ordinata di numeri

$$\{1, 4, 2, 5, 6, 3, 2, 3, 3, 5, 1\}$$

A $Q_1 = 3$ B $Q_1 = 4$ C $Q_1 = 2$ D $Q_1 = 2,75$ E $Q_1 = 3,5$.

Risposta: C