

7 gennaio 2014
Allegato

Alcune premesse utili a esplicitare il senso di alcune scelte

1. La proposta di un syllabus, in linea di massima, non sembra opportuna in quanto rischia di favorire pratiche di addestramento. Se si indica un elenco preciso di conoscenze e abilità l'insegnante sarà portato a lavorare esclusivamente sul loro conseguimento attraverso molti esercizi ripetitivi, perdendo di vista l'obiettivo primario della propria azione didattica che è quello di aiutare gli studenti a costruirsi una buona cultura matematica che aiuti nell'esercizio del pensiero critico. È però vero che le attuali indicazioni possono creare insicurezza e incertezza negli insegnanti per il fatto che lasciano eccessivo spazio all'interpretazione e quindi è comprensibile e condivisibile l'esigenza di avere uno strumento che aiuti nell'individuare le conoscenze che saranno oggetto di esame.
2. I syllabus devono servire non solo a studenti e insegnanti, ma anche, se non soprattutto, agli estensori delle prove. Il syllabus che costruiremo dovrà avere quindi l'obiettivo di essere uno strumento di lavoro, utile e chiaro anche per chi costruisce le prove.
3. E' opportuno, se non necessario, ridurre i possibili punti di attrito con il gruppo della Mathesis coordinato da Emilio Ambrisi che sta, a sua volta, approntando un syllabus.

Nel 2008 fu costituito un gruppo di lavoro con il compito di elaborare un syllabus per la prova scritta di matematica agli esami di Stato del liceo scientifico. Le proposte di syllabus presentate furono tre: una da un gruppo di lavoro coordinato da Emilio Ambrisi, un'altra da un gruppo coordinato da Gabriele Anzellotti e una terza da Alberto Gandolfi e Elena Beretta che voleva rappresentare una mediazione tra i due. Al termine degli incontri fu approvato dal Direttore Generale M. G. Dutto la proposta del gruppo Ambrisi che, tuttavia, non fu mai inviato alle scuole.

Tra i syllabus dei gruppi Ambrisi e Anzellotti non vi sono differenze significative nei contenuti. Le differenze riguardano essenzialmente la loro struttura. La proposta del gruppo Ambrisi è una classificazione delle competenze che lo studente del liceo scientifico deve conseguire al termine dei suoi studi, la proposta del gruppo Anzellotti declina le conoscenze e le abilità.

Nell'ottica di offrire uno strumento utile e chiaro a chi costruisce le prove, la declinazione delle competenze non appare necessaria; anche per gli insegnanti e gli studenti rischia di essere poco utile. La proposta riportata nell'allegato segue la scelta del gruppo di Gabriele Anzellotti che si è limitato a un dettagliato elenco di contenuti e abilità operative senza entrare nel merito di una classificazione (che poi non sarà mai una classificazione, vista la complessità dei quesiti dell'esame di Stato) per competenze, con le necessarie integrazioni in quanto fa riferimento al curriculum del liceo scientifico approvato nel 2010.

Potrebbero essere presentati due syllabus, uno del gruppo Mathesis e il nostro, che si differenzino solo per la struttura, ma non per i contenuti. Sui contenuti non è difficile trovare un accordo, fosse anche di mediazione. Due documenti in contraddizione tra loro rischierebbero di creare confusione tra i docenti. Anche il Ministero non sarebbe d'accordo: se non si mettono d'accordo loro, per quale motivo dovrebbero i docenti accettare uno strumento che, in ogni caso, solleverà varie polemiche e distinguo tra gli insegnanti? La naturale conclusione sarebbe quella fallimentare del 2009.

Non è impossibile trovare un accordo con Mathesis, soprattutto se l'azione di condivisione dell'elenco dei contenuti sarà portata avanti con un po' di flessibilità. Se Ciliberto è d'accordo, potrei tentare io di proporre ad Ambrisi una intesa. Sta quindi a noi lavorare affinché si raggiunga una condivisione sulla parte operativa del syllabus, lasciando al gruppo Mathesis oneri e onori della declinazione in competenze.

4. Syllabus e struttura della prova devono agire insieme con l'obiettivo di ridurre a livelli accettabili la variabilità della valutazione, oggi eccessiva, certo non di eliminarla del tutto.
5. Poiché le indicazioni curricolari e l'orario settimanale dedicato alla matematica sono le stesse nel liceo scientifico e in quello a indirizzo sportivo e non esistono differenze significative tra queste e quelle per il liceo delle scienze applicate, si propone un unico syllabus (poi, nella discussione, vedremo se sarà necessario distinguere).

La proposta di syllabus

Il Syllabus elenca, in termini di azioni che lo studente deve essere in grado di realizzare, gli argomenti che possono essere oggetto della prova scritta di matematica dell'esame di Stato per le tre opzioni di Liceo scientifico. Anche dove si utilizza il verbo "conoscere" si deve intendere una conoscenza operativa, che possa, cioè, svilupparsi nelle azioni di ricordare, riprodurre, riconoscere in un contesto, applicare la nozione in oggetto e produrre, dove sia richiesto, esempi e controesempi.

Le conoscenze matematiche che gli studenti devono possedere e le relative azioni che devono essere in grado di mettere in opera sono finalizzate alla rappresentazione adeguata di oggetti matematici, al lavoro all'interno di una stessa rappresentazione (numerica, grafica, simbolica), al passaggio da un tipo di rappresentazione a un altro, alla risoluzione di problemi, alla costruzione e all'applicazione di modelli matematici, alla produzione di congetture e loro validazione attraverso controesempi o dimostrazioni.

Nella redazione del Syllabus si è anche tenuto conto delle prassi didattiche e, almeno in parte, della tradizione delle prove di esame che, pur dovendo essere in parte superata in seguito alle nuove indicazioni, non può essere completamente azzerata, avendo costituito, per decenni, un punto costante di riferimento per insegnanti e studenti.

Come è noto, la prova di esame deve vertere sui programmi dell'ultimo anno di liceo, ma alcune conoscenze e abilità richieste per svolgere i temi d'esame fanno riferimento ad argomenti trattati negli anni precedenti. Per questo motivo il Syllabus fa riferimento anche ad argomenti introdotti nei primi quattro anni di corso e che sono necessari, insieme a quanto studiato nell'ultimo anno, per possedere una cultura matematica che consenta di affrontare l'esame di Stato.

Gli argomenti specifici dell'ultimo anno di corso sono scritti in carattere **bold**; quelli non specifici dell'ultimo anno di corso, ma necessari per comprendere e mettere in opera gli argomenti dell'ultimo anno sono scritti in carattere normale; quelli non necessari per svolgere la prova, ma comunque importanti per una buona cultura matematica di base sono indicati in *corsivo*¹.

La prova dovrà vertere, quindi, esclusivamente sugli argomenti in **bold** (indicazione vincolante per gli estensori), ma è chiaro che determinati argomenti possono essere affrontati con successo dagli studenti solo se avranno assimilato anche gli argomenti scritti in carattere ordinario (indicazione di opportunità fondamentale per studenti e insegnanti). Solo per fare un esempio: nel quinto anno non sono previsti, nelle Indicazioni Nazionali per i Licei, argomenti di aritmetica e algebra (se si eccettua un possibile riferimento all'assiomatica di Peano per i numeri naturali, per altro facoltativa, perché posta in alternativa ad altre assiomatizzazioni), ma lo studente non potrà affrontare i

¹ Potrebbe sembrare curioso, a prima vista, che gli argomenti che compaiono in corsivo sono pochissimi: ciò naturalmente non vuol dire che siano poche le conoscenze importanti per una buona cultura matematica. Si deve invece intendere che tutte (o quasi) le conoscenze elencate nel Syllabus sono importanti per una buona cultura matematica, ma alcune di esse (poche) non verranno coinvolte nelle conoscenze necessarie per svolgere una qualunque prova assegnata all'esame di Stato. Si noterà che anche gli argomenti in **bold** sono in numero nettamente inferiore a quelli scritti in carattere normale. Ciò non è strano: quelli scritti in **bold** sono specifici dell'ultimo anno di corso; gli altri riguardano ben quattro anni di percorso didattico.

problemi di ottimizzazione (e quindi di massimo e minimo) previsti senza sapere risolvere equazioni e disequazioni che sono argomenti previsti nel primo e nel secondo biennio. Ciò vuol dire che l'estensore non proporrà un quesito in cui si chiedi di fattorizzare un polinomio (argomento previsto nel primo biennio in aritmetica e algebra) o di risolvere un'equazione di secondo grado (argomento previsto nel primo biennio in relazioni e funzioni), ma potrà assegnare un problema di massimo o minimo che per esempio richiede, per essere affrontato, la tecnica della fattorizzazione e della risoluzione di equazioni di secondo grado.

Aritmetica e algebra²

- Definizione di numero primo ed enunciato del teorema di fattorizzazione unica nell'insieme dei numeri naturali.
- Definizione di Massimo Comun Divisore e di minimo comune multiplo di due numeri naturali
- Calcolo del Massimo Comun Divisore e del minimo comune multiplo di due numeri naturali
- Proprietà delle operazioni e della relazione d'ordine nell'insieme dei numeri reali
- Applicare le proprietà delle operazioni e della relazione d'ordine nell'insieme dei numeri reali
- Corrispondenza biunivoca tra i numeri reali e i punti di una retta
- Definire le potenze con esponente razionale e conoscere le loro proprietà.
- Eseguire semplici calcoli con i radicali (esprimere in forma di radicale le soluzioni reali, se esistono, di equazioni del tipo $ax^n = b$; aggiungere due radicali simili; moltiplicare e dividere due radicali; elevare a potenza un radicale).
- *Dimostrare che $\sqrt{2}$ è un numero irrazionale*
- *Approssimare \sqrt{n} (per esempio con il metodo di bisezione)*
- Eseguire addizioni algebriche e moltiplicazioni di polinomi
- Eseguire la divisione con resto fra due polinomi, in particolare, anche se non solo, quando il divisore è di primo grado.
- Enunciato del Teorema di Ruffini.
- Fattorizzare polinomi mediante raccoglimenti (proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione), prodotti notevoli (differenza di due quadrati, quadrato e cubo di un binomio), e teorema di Ruffini
- Eseguire addizioni algebriche, moltiplicazioni e divisioni tra semplici frazioni algebriche (quelle i cui denominatori sono fattorizzabili mediante le tecniche di fattorizzazione sopra richiamate)
- Calcolare la somma di due vettori e il prodotto di uno scalare per un vettore.
- Calcolare il prodotto scalare di due vettori e riconoscere vettori perpendicolari nel piano.
- Trovare la soluzione numerica di un sistema lineare in due e tre incognite.
- Comprendere e utilizzare la scrittura matriciale di un sistema lineare.
- Usare il determinante per esprimere la condizione di risolubilità o non risolubilità di un sistema lineare 2×2 e 3×3 .
- *I numeri complessi e la loro rappresentazione nella forma algebrica, geometrica e trigonometrica*
- *Eseguire calcoli con i numeri complessi e saperli interpretare geometricamente nel piano complesso*
- *Calcolare le radici complesse di un polinomio di secondo grado a coefficienti reali;*
- *Rappresentare geometricamente le radici del polinomio $x^n - 1$*
- *Sapere che ogni polinomio di grado n ha n radici complesse.*

² Nelle Indicazioni Nazionali per il Liceo Scientifico nelle sue varie opzioni, il tema "aritmetica e algebra" non compare al quinto anno. Ecco perché non compaiono, in questa sezione, argomenti scritti in **bold**. Il prodotto vettoriale fra due vettori e il prodotto misto sono stati inseriti nella parte di geometria, per il fatto che trovano, in quel contesto, applicazioni alla geometria analitica dell'ultimo anno.

- **Definizione e approssimazione del numero π** ³
- **Definizione e approssimazione del numero e**
- *Principio di induzione e sue semplici applicazioni nella dimostrazione di proprietà e nella definizione di funzioni*

Geometria

- I principali assiomi della geometria euclidea del piano e le loro principali conseguenze (conoscere la relazione fra l'assioma delle parallele e la somma degli angoli interni di un triangolo; gli assiomi di congruenza e i criteri di congruenza dei triangoli; la disuguaglianza triangolare)
- Conoscere le principali figure piane (triangoli, trapezi, parallelogrammi, poligoni regolari, cerchi) e le loro proprietà;
- Conoscere e applicare le formule per determinare perimetro e area delle figure piane studiate (triangoli, trapezi, parallelogrammi, poligoni regolari, cerchi)
- Conoscere e saper applicare i teoremi più importanti della geometria euclidea (in particolare: disuguaglianza triangolare, criteri di congruenza dei triangoli, il teorema dell'angolo esterno, i teoremi di Pitagora e di Euclide, angoli al centro e alla circonferenza, quadrilateri inscritti e circoscritti, relazione di perpendicolarità tra tangente in un punto T di una circonferenza di centro O e raggio OT, il teorema di Talete, il teorema delle corde e delle secanti, criteri di similitudine dei triangoli).
- Eseguire semplici costruzioni con riga e compasso (costruire il triangolo equilatero di lato dato; costruire la parallela per un punto a una retta data; costruire la perpendicolare per un punto a una retta data; costruire il quadrato di lato dato; costruire l'asse di un segmento; costruire la bisettrice di un angolo; costruire la circonferenza inscritta e la circonferenza circoscritta a un triangolo dato; dati una circonferenza e un suo punto T, costruire la tangente condotta per T alla circonferenza; dati un punto T appartenente a una retta r costruire la circonferenza tangente in T alla retta r avente centro su una retta s data diversa da r ; costruire le circonferenze tangenti a due rette r e s date e aventi il centro su una retta p distinta da r e s)
- Conoscenza delle traslazioni, rotazioni, simmetrie assiali e centrali, omotetie, similitudini nel piano e dei loro principali invarianti.
- Porre in corrispondenza i numeri reali con i punti di una retta e costruire sistemi di riferimento cartesiani nel piano
- Determinare la distanza tra due punti del piano e dimostrare la formula a partire dal teorema di Pitagora
- Determinare le coordinate del punto medio di un segmento
- Nel piano, determinare: l'equazione di una retta per due punti, l'equazione di una retta per un punto e parallela o perpendicolare a una retta data, la pendenza e le intersezioni con gli assi di una retta data.
- Determinare la distanza di un punto da una retta e *dimostrare la formula che consente di determinarla*
- Determinare centro e raggio di una circonferenza, data l'equazione
- Caratterizzare le sezioni coniche come luoghi geometrici nel piano
- Conoscere l'equazione dell'ellisse (con centro di simmetria nell'origine degli assi e avente gli assi cartesiani come assi di simmetria) della parabola (con asse parallelo all'asse y o con asse parallelo all'asse x) e dell'iperbole (con centro di simmetria nell'origine degli assi

³ La definizione e l'approssimazione dei numeri π ed e possono rientrare negli argomenti di relazioni e funzioni previsti per il quinto anno, visto che si dice esplicitamente che "lo studente acquisirà i principali concetti di analisi infinitesimale". Mi sembra quindi che sia possibile far rientrare almeno questi due argomenti come possibili argomenti oggetto di valutazione alla prova dell'esame di Stato. Tali argomenti sono infatti inseriti in seguito anche nel tema "relazioni e funzioni".

- cartesiani e avente gli assi cartesiani come assi di simmetria). Conoscere l'equazione di un'iperbole equilatera riferita ai propri asintoti
- Scrivere l'equazione di una conica, rispetto ad assi cartesiani opportuni (si vedano le equazioni considerate al punto precedente), di cui siano noti sufficienti dati.
 - Descrivere sottoinsiemi del piano mediante condizioni sulle coordinate e, viceversa, interpretare geometricamente nel piano cartesiano equazioni, disequazioni e sistemi (lineari o di secondo grado) in due variabili.
 - Determinare l'equazione di un luogo geometrico di cui è data una proprietà caratteristica formalizzabile mediante l'uso di formule note
 - Utilizzare le isometrie del piano (simmetrie assiali o riflessioni, simmetrie centrali, rotazioni, traslazioni) e similitudini.
 - Scrivere l'equazione di una conica in un sistema di coordinate traslato.
 - Scrivere le equazioni di un'isometria del piano (simmetrie centrali o di asse parallelo a uno degli assi cartesiani, traslazioni, rotazioni) di un'omotetia e di una dilatazione.
 - Individuare un'equazione e il grafico di una conica a cui sia stata applicata una isometria (simmetria centrale o di asse parallelo a uno degli assi cartesiani, traslazione, rotazione) o un'omotetia o una dilatazione.
 - Misurare un angolo in radianti.
 - Conoscere le definizioni di seno, coseno, tangente, di un angolo (o di un arco).
 - Conoscere e saper applicare le relazioni trigonometriche nei triangoli rettangoli.
 - Conoscere e saper applicare la relazione pitagorica.
 - Conoscere e saper applicare le formule di addizione (e sottrazione) e le loro immediate conseguenze (duplicazione, bisezione).
 - Conoscere e saper applicare il teorema dei seni e il teorema del coseno (o di Carnot).
 - Definire e riconoscere incidenza, parallelismo, perpendicolarità tra piani o rette nello spazio.
 - Conoscere i poliedri (parallelepipedi, prismi, piramidi, poliedri regolari), le loro principali proprietà e alcuni sviluppi piani della loro superficie.
 - *Conoscere la relazione di Eulero tra numeri di vertici, spigoli, facce dei poliedri.*
 - *Dimostrare che esistono al più cinque tipi di poliedri regolari.*
 - Descrivere semplici sezioni di solidi elementari con un piano.
 - Conoscere i solidi di rotazione (cono, cilindro e sfera), gli sviluppi di cono e cilindro, le loro sezioni.
 - **Coordinate cartesiane nello spazio.**
 - **Prodotto vettoriale di due vettori.**
 - **Prodotto misto di tre vettori.**
 - **Equazioni cartesiane e parametriche di un piano nello spazio.**
 - **Equazioni parametriche di una retta nello spazio.**
 - **Determinare un'equazione di un piano passante per tre punti assegnati.**
 - **Conoscere e applicare la condizione di parallelismo tra piani.**
 - **Conoscere e applicare la condizione di perpendicolarità fra piani.**
 - **Determinare un'equazione di un piano passante per un punto e perpendicolare di cui è data un'equazione.**
 - **Determinare un'equazione di un piano passante per un punto e parallelo a un piano di cui è data un'equazione.**
 - **Determinare la misura dell'angolo diedro compreso tra due piani di cui sono date due equazioni.**
 - **Calcolare la distanza di un punto da un piano di cui è data un'equazione.**
 - **Determinare un sistema di equazioni parametriche per una retta passante due punti assegnati.**
 - **Determinare un sistema di equazioni parametriche per una retta determinata da due piani incidenti.**

- **Determinare un sistema di equazioni parametriche per una retta passante per un punto assegnato e ortogonale a un piano di cui è data un'equazione.**
- **Determinare la misura dell'angolo diedro compreso tra una retta e un piano di cui sono note due equazioni.**
- **Calcolare la distanza di un punto da una retta nello spazio di cui è data un'equazione.**
- **Riconoscere se due rette, di cui sono note due equazioni, sono o non sono sghembe.**
- **Calcolare la distanza fra due rette sghembe di cui sono date due equazioni.**
- **Determinare un'equazione cartesiana di una sfera.**
- **Determinare centro e raggio di una sfera di cui è data un'equazione.**
- **Determinare un'equazione cartesiana di una sfera di cui sono dati centro e raggio.**
- **Riconoscere le mutue posizioni tra un piano e una sfera.**
- **Riconoscere le mutue posizioni tra una retta e una sfera.**
- **Riconoscere le mutue posizioni tra due sfere.**

Relazioni e funzioni

- Comprendere e usare correttamente i termini: insieme, sottoinsieme, prodotto cartesiano di due insiemi, corrispondenza biunivoca, funzione, funzione iniettiva, funzione suriettiva, composizione di due funzioni, funzione invertibile, funzione inversa.
- Assegnata una formula analitica che rappresenta simbolicamente una funzione reale di variabile reale di cui non è precisato il dominio, determinare l'insieme di definizione della funzione (cioè il più grande sottoinsieme di numeri reali su cui la funzione può essere definita).
- Disegnare qualitativamente e senza necessità di studio analitico i grafici delle funzioni: $f(x) = ax+b$, $f(x) = ax^2 + bx + c$, $f(x) = a/x$, $f(x) = |x|$, indicando con precisione gli elementi significativi.
- Disegnare il grafico di funzioni lineari a tratti e utilizzarle come modelli descrittivi di semplici situazioni.
- Dato il grafico di una funzione invertibile f , disegnare il grafico dell'inversa di f .
- Dato il grafico di una funzione f e una sua formula analitica $y = f(x)$, disegnare qualitativamente e senza necessità di studio analitico il grafico della funzione $y = c \cdot f(ax + b) + d$.
- Data una funzione composta $y = f(g(x))$ e noti i grafici delle funzioni componenti f e g , determinare, senza bisogno dello studio della derivata prima, gli intervalli di crescita della funzione $y = f(g(x))$.
- Dato il grafico di una funzione f disegnare il grafico delle funzioni: $y = |f(x)|$, $y = 1/f(x)$.
- Conoscere la differenza tra polinomio e funzione polinomiale ed enunciare il principio di identità dei polinomi.
- Utilizzare le proprietà delle operazioni sui numeri reali per trasformare in modi opportuni espressioni algebriche, equazioni e disequazioni.
- Risolvere equazioni utilizzando fattorizzazioni e la legge di annullamento del prodotto.
- Utilizzare il teorema di Ruffini per affrontare il problema del numero delle soluzioni di un'equazione polinomiale.
- Conoscere le definizioni di: funzione limitata; funzione crescente in un intervallo, massimo e minimo relativo (assoluto); funzione periodica.
- Conoscere la definizione e le principali proprietà della funzione esponenziale $f(x) = a^x$ e della sua inversa $g(x) = \log_a x$.
- Disegnare, al variare di a nei numeri reali positivi e diversi da 1, i grafici delle funzioni $f(x) = a^x$ e $g(x) = \log_a(x)$.
- Conoscere le proprietà degli esponenziali ($a^x \cdot a^y = a^{x+y}$; $(a^x)^y = a^{xy}$; $a^{-x} = 1/a^x$) e dimostrare le corrispondenti proprietà dei logaritmi.

- Risolvere semplici equazioni e disequazioni che contengono l'esponenziale e il logaritmo⁴
- Usare strumenti di calcolo per trovare i valori della funzione esponenziale e della funzione logaritmo.
- Conoscere la definizione delle funzioni goniometriche $f(x) = \sin(x)$, $f(x) = \cos(x)$, $f(x) = \tan(x)$.
- Tracciare e riconoscere i grafici, individuare le simmetrie, conoscere le funzioni inverse delle funzioni $f(x) = \sin(x)$, $f(x) = \cos(x)$, $f(x) = \tan(x)$.
- Noti i valori delle funzioni goniometriche di x calcolare quelle di altri "angoli associati", quali: $-x$, $\pi-x$, $(\pi/2)-x$. Interpretare le formule sugli angoli associati come simmetrie del grafico e viceversa.
- Risolvere semplici⁵ equazioni e disequazioni che contengono funzioni goniometriche, anche usando i grafici di tali funzioni.
- Determinare il periodo di funzioni del tipo $f(x) = A \sin(\omega x - \phi) + k$.
- Tracciare il grafico di funzioni del tipo $f(x) = A \sin(\omega x - \phi) + k$, interpretando il ruolo dei parametri A , ω , ϕ , k .
- Usare le calcolatrici tascabili per trovare i valori delle funzioni goniometriche e delle loro inverse.
- Interpretare graficamente e risolvere equazioni, disequazioni, sistemi riconducibili allo studio di funzioni di cui sono noti i grafici.
- Conoscere esempi di successioni numeriche, in particolare: progressioni aritmetiche, progressioni geometriche, successioni definite per ricorrenza. Conoscere le formule per la somma dei primi n termini di una progressione. Risolvere problemi legati a questioni quali l'interesse composto o la crescita di una popolazione.
- Conoscere il concetto di velocità di variazione di un processo rappresentato mediante una funzione, interpretarlo graficamente e geometricamente.
- Utilizzare algoritmi numerici per il calcolo approssimato della pendenza della tangente in un punto a una funzione polinomiale.
- Calcolare simbolicamente, come limite per h che tende a 0 del rapporto $(f(x+h) - f(x))/h$, la pendenza della tangente in un punto $(x, f(x))$ di una funzione f che sia polinomiale (di secondo o terzo grado).
- **Avere una nozione di limite di una successione e di limite di una funzione a valori in \mathbb{R} . Comprendere e utilizzare notazioni del tipo $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$.**
- **Conoscere l'enunciato dei teoremi di: confronto (o "dei due carabinieri"); limite della somma, del prodotto e del quoziente di due funzioni.**
- **Sapere che una successione crescente o è limitata, ed è in tal caso convergente, oppure tende a $+\infty$.**
- **Conoscere esempi notevoli di limiti di successioni e di funzioni, in particolare:**
 - $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin x)/x = 1$
 - $\lim_{x \rightarrow 0} (e^x - 1)/x = 1$
 - $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + 1/n)^n = e$
 - $\lim_{x \rightarrow +\infty} a^x / x^\beta = +\infty$, per $a > 1$, $\beta > 0$
 - $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\log_a x) / x^\beta = 0$, per $a > 1$, $\beta > 0$.
- **Usare i teoremi e gli esempi noti per calcolare limiti.**
- **Conoscere le definizioni di continuità e di derivabilità in un punto e in un intervallo. Sapere che una funzione derivabile in un punto è necessariamente anche continua in quel punto.**

⁴ Qui si potrebbe fare uno sforzo per elencare le tipologie di equazioni e disequazioni che possono essere assegnate. Non è semplice, ma occorre provare.

⁵ Anche qui è opportuno uno sforzo per elencare le tipologie di equazioni e disequazioni che possono essere assegnate. Non è semplice, ma occorre provarci.

- Dare interpretazioni geometriche e fisiche della derivata. Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di una funzione in un punto.
- Conoscere esempi di funzioni non continue o non derivabili.
- Sapere che la composizione, la somma, il prodotto, il quoziente (se il denominatore è diverso da zero) di funzioni derivabili (oppure continue) sono derivabili (oppure continue) e conoscere le regole per calcolare tali derivate.
- Conoscere la definizione di derivate successive. Sapere che le funzioni polinomiali, il logaritmo, l'esponenziale, le funzioni trigonometriche sono continue e inoltre sono derivabili quante volte si vuole.
- Riconoscere che la funzione esponenziale di base e è caratterizzata tra le funzioni esponenziali a^x dall'aver pendenza 1 nel punto di ascissa $x = 0$.
- Ricordare le formule per la derivata delle funzioni x^α , $\sin(x)$, $\cos(x)$, $\exp(x)$, ricavare la derivata di $\tan(x)$ e ricavare, negli intervalli di invertibilità, la derivata delle loro inverse.
- Calcolare derivate di funzioni utilizzando le formule e gli esempi noti.
- Conoscere l'enunciato del teorema degli zeri per le funzioni continue.
- Conoscere e dimostrare il teorema del valor medio di Lagrange.
- Conoscere e dimostrare le relazioni fra la monotonia di una funzione e il segno della sua derivata in un intervallo.
- Dato il grafico di una funzione, tracciare qualitativamente il grafico della funzione derivata.
- Dalla conoscenza della funzione derivata ricavare informazioni sul comportamento della funzione e sui punti di massimo e di minimo relativo.
- Dalla derivata seconda di una funzione ricavare informazioni elementari sul comportamento della funzione (in particolare: convessità, carattere dei punti critici).
- Tracciare qualitativamente il grafico di una funzione, utilizzando derivate e limiti per individuare gli elementi significativi (dominio, comportamento agli estremi del dominio, asintoti, crescita concavità ed eventuali informazioni sul segno).
- Risolvere problemi che richiedono di determinare il valore massimo o minimo di una grandezza che si può rappresentare come una funzione derivabile di una opportuna variabile.
- Lunghezza della circonferenza, area del cerchio,.
- Definizione e approssimazione del numero π .
- Enunciare il principio di Cavalieri e saperlo applicare per calcolare il volume e l'area della superficie di particolari solidi (prisma, parallelepipedo, piramide, principali solidi di rotazione: cilindro, cono e sfera).
- Conoscere una nozione di integrale (detto anche "integrale definito") di una funzione su un intervallo, definito tramite un opportuno processo di approssimazione, e servirsene in casi specifici per dare stime sul valore dell'integrale stesso.
- Interpretare l'integrale di una funzione f come area con segno dell'insieme compreso fra il grafico di f e l'asse delle ascisse.
- Conoscere l'enunciato e il significato geometrico del teorema della media integrale.
- Esprimere per mezzo di integrali l'area di semplici insiemi nel piano, compresi tra due grafici.
- Calcolare il volume di solidi, mediante l'integrale delle aree delle sezioni piane ortogonali a una direzione fissata.
- Conoscere la definizione di primitiva di una funzione e l'insieme delle primitive di una funzione (detto anche "integrale indefinito").
- Conoscere un enunciato del Teorema Fondamentale del Calcolo e saperlo utilizzare per calcolare l'integrale (o "integrale definito") di una funzione di cui si conosce una primitiva.

- **Studiare una funzione integrale $F(x) = \int_a^x f(t)dt$, di cui è facile determinare segno e crescita della funzione integranda, ricordando che $F'(x) = f(x)$.**
- **Ricavare funzioni primitive dalle derivate conosciute.**
- **Trovare una primitiva di una funzione polinomiale intera e altre funzioni elementari.**
- **Approssimare un integrale definito con il metodo dei rettangoli o con il metodo dei trapezi.**
- **Conoscere il concetto di equazione differenziale e utilizzarlo nella descrizione e nella modellizzazione di fenomeni fisici o di altra natura.**
- **Risolvere equazioni differenziali del primo ordine a coefficiente costanti o che, in generale, conducano alla risoluzione di integrali elementari (nel senso prima precisato), per esempio mediante il metodo di separazione delle variabili.**

Dati e previsioni

- Costruire e leggere tabelle di dati.
- Operare con distribuzioni di frequenza e rappresentarle anche graficamente.
- Distinguere tra caratteri qualitativi, quantitativi discreti e continui.
- Individuare la moda della distribuzione di una variabile statistica.
- Individuare la mediana di una distribuzione statistica di una variabile semiquantitativa o quantitativa.
- Individuare la media aritmetica, il “range”, la varianza e la deviazione standard di una distribuzione statistica di una variabile quantitativa.
- Ricavare semplici inferenze dalle rappresentazioni delle distribuzioni e dagli indici calcolati
- Utilizzare la rappresentazione dei possibili risultati di un esperimento tramite l’insieme degli eventi e interpretare le operazioni insiemistiche in termini di eventi.
- Utilizzare un approccio alla nozione di probabilità in contesti classici, in contesti frequentisti e in contesti soggettivisti.
- Riconoscere eventi compatibili e incompatibili.
- Riconoscere dipendenti e indipendenti.
- Calcolare la probabilità di eventi, a partire dalla probabilità di altri eventi utilizzando la legge delle probabilità totali e delle probabilità composte.
- Leggere, costruire e interpretare distribuzioni di variabili congiunte, condizionate e marginali.
- Riconoscere una possibile correlazione lineare tra due variabili statistiche.
- Determinare la retta di regressione tra due variabili statistiche quantitative, aiutandosi anche con strumenti di calcolo.
- Probabilità condizionata, teorema di Bayes e sue applicazioni.
- Usare le tecniche del calcolo combinatorio (permutazioni, disposizioni semplici e con ripetizioni, combinazioni semplici) per contare gli elementi di un insieme.
- **Conoscere i concetti di variabile aleatoria discreta e di distribuzione di una variabile aleatoria discreta: la distribuzione binomiale e la distribuzione di Poisson e loro applicazioni in situazioni concrete.**
- **Conoscere i concetti di variabile aleatoria continua e di distribuzione di una variabile aleatoria continua: la distribuzione normale e sue applicazioni in situazioni concrete**
- **Conoscere la definizione di valore atteso, varianza e deviazione standard di una variabile aleatoria e interpretarne il significato.**

Argomenti trasversali

- Conoscere e usare i connettivi logici tra proposizioni.
- Negare semplici proposizioni contenenti connettivi logici.

- Riconoscere proposizioni logicamente equivalenti.
- Interpretare le locuzioni «condizione necessaria», «condizione sufficiente» e «condizione necessaria e sufficiente».
- Usare correttamente i quantificatori: \forall (per ogni), \exists (esiste).
- Negare una proposizione matematica contenente quantificatori.