## Geometria I, Prova scritta 28/1 /13.

Esercizio 1. Calcolare la forma canonica di Jordan sul campo dei numeri complessi della matrice

$$\begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$$

Trovare una base di Jordan

Esercizio 2. Forme quadratiche

Esercizio 3. Gram-Schmidt

Esercizio 4. Sia X uno spazio topologico e siano A, B sottoinsiemi di X. Verificare se

$$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

oppure

$$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cup \overline{B}$$

Esercizio 5. Determinare la proiettività

$$\phi: \mathbb{P}^2(\mathbb{R}) \to \mathbb{P}^2\mathbb{R}$$

tale che

$$\phi([1,0,1]) = [1,1,1], \quad \phi([0,1,1]) = [1,-1,1], \quad \phi([0,0,1]) = [0,0,1], \quad \phi([1,1,0]) = [0,-1,1],$$

Esercizio 6. In  $\mathbb{R}^3$  dotato della topologia euclidea si considerino i sottospazi

$$X = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \text{ tali che } x_1^2 + x_3^2 = 1\}$$

$$Y = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \text{ tali che } x_1 + x_3 = 1\}$$

Stabilire se  $X \cap Y$  è connesso.

Università di Roma La Sapienza: a.a. 2012-13, corso di Geometria I, Enrico Arbarello, Riccardo Salvati Manni