

**ESONERO di Istituzioni Geometria Superiore a.a.19/20.**

**Esercizio 1.** Si consideri la curva

$$C = \{[X, Y, Z] \in \mathbb{P}^2\mathbb{C} \mid Y^4 = X^3Z - Z^4\}.$$

Verificare che  $C$  è non singolare.

Verificare se  $C$  è diffeomorfa a  $S^1 \times S^1$ .

**Esercizio 2.** In  $\mathbb{R}^4$  si consideri l'insieme  $X = \{(x, y, z, w) \mid x^2 + y^2 = 1\} \setminus (0, 1, 3, 2)$ .  
Calcolare  $H_k(X, \mathbb{R})$ .

**Esercizio 3.** Calcolare l'omologia a coefficienti in  $\mathbb{R}$  degli spazi topologici

$$X = \mathbb{S}^4 \setminus \mathbb{S}^2.$$

$$Y = \mathbb{R}^4 \setminus \mathbb{S}^2.$$

**Esercizio 4.** Si consideri in  $\mathbb{P}^2(\mathbb{C})$  la curva  $\mathcal{C}$  di equazione

$$y^2 z^2 = x^2(x^2 - z^2).$$

Trovare i punti singolari di  $\mathcal{C}$ .

Risolvere le singolarità calcolando, per ogni punto, il numero degli scoppamenti necessari e i punti presenti nella fibra.

**Esercizio 5.** Descrivere lo spazio tangente a  $SL(2, \mathbb{R})$  nel punto

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Descrivere lo spazio tangente a  $O(3, \mathbb{R})$  nel punto

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$