

Geometria Analitica. a.a. 09/10.

Esercizi del 15/12/09

Esercizio 1.

Una famiglia di sottinsiemi \mathcal{A} di un insieme X ha la proprietà dell' intersezione finita se per ogni sottofamiglia finita e non vuota \mathcal{F} si ha

$$\bigcap_{F \in \mathcal{F}} F \neq \emptyset$$

Verificare che X è compatto \iff ogni famiglia di chiusi con la proprietà dell' intersezione finita, ha intersezione non vuota.

Esercizio 2.

Sia $D^n \subset \mathbb{R}^n$ il disco chiuso unitario e sia $U \subset D^n$ un aperto contenente il bordo S^{n-1} . Provare che esiste un numero reale $r < 1$ tale che $D^n = U \cup S^{n-1}$

Esercizio 3.

Verificare se il gruppo $O(n, \mathbb{R}) \subset M(n, \mathbb{R})$ è compatto e connesso

Verificare se il gruppo $GL(n, \mathbb{R}) \subset M(n, \mathbb{R})$ è compatto e connesso

Esercizio 4. Sia C un sottinsieme chiuso in X . Ricordiamo che C è unione disgiunta dei suoi punti interni C^0 e dei punti di frontiera $\text{Fr } C$. Verificare che se C è compatto, allora anche $\text{Fr } C$ lo è.