

Variabile Complessa
Esercizi 10

Esercizio 1. Usando la rappresentazione di $\sin z$ come prodotto infinito verificare la formula di Wallis

$$\pi/2 = \prod_{n=1}^{\infty} \frac{4n^2}{4n^2 - 1}$$

Esercizio 2. Verificare che

$$\cos \pi z = \prod_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{4z^2}{(2n-1)^2}\right)$$

Suggerimento Usare il fatto che $\sin 2z = 2 \cos z \sin z$

Esercizio 3. Verificare che

$$\cos \pi z = \prod_{n=-\infty}^{\infty} \left(1 - \frac{2z}{(2n-1)}\right) e^{\frac{2z}{2n-1}}$$

Esercizio 4. Verificare che esiste una funzione meromorfa $L(z)$ tale che $\Gamma(z)\Gamma(1-z) = L'(z)/L(z)$

Esplicitare $L(z)$

Suggerimento Sia $a(z)$ la funzione olomorfa con zeri semplici laddove $\Gamma(z)\Gamma(1-z)$ ha poli con residuo 1 e sia $b(z)$ la funzione olomorfa con zeri semplici laddove $\Gamma(z)\Gamma(1-z)$ ha poli con residuo -1 . sia $F(z) = a(z)/b(z)$ allora....