Variabile Complessa
Esercizi 2

Esercizio 1. Sia D un dominio regolare connesso olomorfa non costante . Supponiamo che $|f(z)|$ abbia un minimo locale in $a \in D$, dimostrare che $f(a) = 0$. Sugg: Usare il teorema del massimo)

Esercizio 2. Sia $f(z) = u(z) + iv(z)$ intera tale che $u(z) \leq M$, $\forall z \in \mathbb{C}$. Verificare che f è costante . Sugg: usare il teorema di Liouville per $e^{f(z)}$

Esercizio 3.
Sia, no $a, b \in \mathbb{C}$ linearmente indipendenti su $\mathbb{R}$ $f(z)$ intera tale che

$$f(z + a) = f(z + b) = f(z), \forall z \in \mathbb{C}.$$

Verificare che f è costante . Sugg: usare il teorema di Liouville.

Esercizio 4. Siano $P(z)$ e $Q(z)$ due funzioni olomorfe definite in U. Assumiamo che $P(z) = Q(z)$ abbia infinite soluzioni, allora è vero che $P(z) = Q(z)$?

Esercizio 5. Determinare il massimo di $|f|$ su $\overline{D_1(0)} = \{z \in \mathbb{C}, \text{ t.c. } |z| \leq 1\}$ per

$$f(z) = e^{z^2}, \quad f(z) = \frac{z+3}{z-3}, \quad f(z) = 3 - |z|^2$$