

**Geometria**  
**18 giugno 2014**

**Esercizio 1.** Verificare se le colonne della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -2 \\ -2 & 5 & -3 \\ -2 & 4 & -2 \end{pmatrix};$$

sono linearmente indipendenti.

Verificare se la matrice  $A$  é diagonalizzabile

**Esercizio 2.** Determinare una base ortonormale di  $\mathbb{R}^3$  applicando il procedimento di Gram-Schmidt ai seguenti vettori

$$\underline{v}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \underline{v}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \underline{v}_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

**Esercizio 3.** Sia  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  con  $f \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + y \\ z - y \end{pmatrix}$

Trovare equazioni cartesiane e parametriche del nucleo di  $f$ ;

Trovare un vettore di  $\mathbb{R}^3$  ortogonale al nucleo di  $f$ .

**Esercizio 4.** Sia  $S_k$  l'insieme delle soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} x + y = 1 - k \\ 2x + y = 0 \\ x + y + z = k \end{cases}$$

E'  $S_k$  un sottospazio vettoriale per qualche  $k$ ?