

**Esercizio 1.** Al variare di  $a, b \in \mathbb{R}$ , sia  $f_{a,b} : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  la funzione lineare rappresentata dalla matrice

$$A_{a,b} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & b & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ a & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- a) Trovare una base e la dimensione per  $Im(f_{a,b})$  al variare di  $a, b \in \mathbb{R}$
- b) Dire per quali  $a, b \in \mathbb{R}$  il vettore  $v = (2, 0, 3, -1)$  appartiene a  $Im(f_{a,b})$

**Esercizio 2.** Siano dati i punti  $Q_1 = (1, 1, 1)$  e  $Q_2 = (2, 2, 2)$

- a) Trovare, in forma parametrica e cartesiana, la retta  $r$  passante per  $Q_1$  e  $Q_2$
- b) Trovare un' equazione cartesiana del piano  $\pi$  perpendicolare alla retta  $r$  e passante per il punto  $Q_0 = (0, 0, 0)$ ,

**Esercizio 3.** Sia  $U \subset \mathbb{R}^3$  il sottospazio generato dai vettori  $v_1 = (1, 0, 1)$  e  $v_2 = (1, 1, 1)$ .

- a) Trovare una base ortonormale per  $U$ .
- b) Trovare un vettore ortogonale a  $U$ .

**Esercizio 4.** Sia  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Calcolare autovalori e autovettori reali della matrice assegnata