GUIDO CASTELNUOVO
E L'INSEGNAMENTO DELLA MATEMATICA

Marta Menghini

DIPARTIMENTO
DI MATEMATICA

SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

- ***ICMI*** *(International Commission on Mathematical Instruction)*

- ***MATHESIS*** *(associazione fra gli insegnanti di matematica)*

- ***UNIVERSITÀ****: corsi per i futuri insegnanti*
  (Geometria Superiore / Matematiche Complementari)

***ICMI**, Roma 1908, IV Congresso Internazionale dei Matematici*

***Felix Klein** primo presidente*

*Guido Castelnuovo nella **sottocommissione Italiana** e membro del **comitato centrale**.*

Attività dell'ICMI:

***Report**: confronto su metodi e contenuti dell'insegnamento della matematica nei vari paesi; proposte per la formazione degli insegnanti*

*Proposte di **riforma** a livello internazionale (p.es. introduzione dell'analisi matematica nelle scuole superiori).*

Meeting di MILANO, 1911. Rapporto fra intuizione e rigore.

*Sintesi di Castelnuovo sulla **geometria**:*

A) ***Metodo interamente logico*** (Peano, Hilbert, [Veronese], Halsted). Tutti i postulati sono posti (indipendenti). Sviluppo logico. Poco ricorso all'intuizione; nozioni primitive soggette solo alla condizione di soddisfare i postulati)

B) ***Basi empiriche, svolgimento logico***. Dall'osservazione dello spazio si deducono le proposizioni primitive, su cui si fonda lo sviluppo logico.

B_A) Tutti gli assiomi necessari sono enunciati (Sannia – D'Ovidio, Veronese, Enriques – Amaldi)

B_B) Una parte degli assiomi è enunciata (Euclide, Thieme)

B_C) Si enunciano solo gli assiomi non evidenti (Kambly, Müller)

C) ***Considerazioni intuitive alternate col metodo deduttivo*** (Borel, Behrendsen) Si ricorre all'evidenza quando conviene, senza che appaia in modo preciso ciò che si ammette e ciò che si dimostra.

D) ***Metodo intuitivo-sperimentale*** (Perry) Si presentano teoremi come fatti che hanno carattere intuitivo o possono essere dimostrati sperimentalmente, senza che si scorga il nesso logico che li unisce.

ITALIA: B_C => B_B => B_A

FRANCIA: B_B => B_A => C

GERMANIA: B_B => B_C => C

INGHILTERRA: B_B => B_C (=> D)

BOLLETTINO MATHESIS (1909 – 1920)
Report italiani per ICMI, dibattiti internazionali e nazionali (congressi Mathesis).

Presidente Mathesis dal 1911 al 1914

Il Liceo Moderno (1911, programmi 1913)
Il fine di preparare agli studi universitari si realizza attraverso lo studio del latino, delle scienze e delle lingue moderne.
Matematica come linguaggio adatto a descrivere i fenomeni naturali:
Il rinnovamento delle matematiche del XVII secolo è legato al rifiorire delle scienze sperimentali…

Per la 1ª volta: *calcolo approssimato, nozione di funzione, calcolo infinitesimale;* è suggerito un approccio sperimentale e induttivo, che completi il metodo deduttivo; si raccomanda di armonizzare il corso con quello di fisica.
Istruzioni molto dettagliate (p. es.: uso dell'orario ferroviario).

(cfr.: G. Castelnuovo, Il valore didattico della matematica e della fisica, *Scientia*, 1907).

I corsi universitari

Geometria Superiore

1903-04: Indirizzi geometrici (Klein II) (anche 15-16)

1910-11: Geometria non-euclidea (anche 19-20)

1913-14: Matematica di precisione e matematica delle approssimazioni

1914-15: Calcolo delle probabilità

Opinioni sulla preparazione più efficace dei futuri insegnanti:

a) cultura intensiva nei rami più elevati della matematica; l'attitudine didattica si formerà da se

b) cultura estensiva nei vari indirizzi matematici e nelle scienze che con la matematica hanno la massima affinità

c) cultura specifica, metodologica.

1913/14

“Matematica di precisione e matematica delle approssimazioni”

1° modulo di Geometria superiore (2° modulo *“integrali abeliani”*)

Felix Klein, 1902 *“Anwendung der Differential- und Integralrechnung auf die Geometrie, …”*,
Ripubblicato nel 1928 come *“Präzisions- und Approximationsmathematik”*
volume III di *Matematiche elementari da un punto di vista superiore*
traduzione in inglese (Klein, 2016).

Introduzione al corso:

Il valore educativo della matematica sarebbe molto arricchito se, accanto ai procedimenti logici che servono per ricavare i teoremi dai postulati, si [spiegasse come] questi si ricavano dall’osservazione, e, d’altra parte, [come] i risultati teorici si verifichino nella realtà.

Prima parte: *“Entro quali limiti i risultati della matematica (geometria) teorica si trovano verificati nella realtà?”*

3 classi di teoremi geometrici:

Teoremi verificabili in modo preciso:

Formula di Eulero per i poliedri; esistenza delle superfici unilatere

Teoremi verificabili in modo approssimato:

La maggior parte dei teoremi euclidei. Per es.: la somma degli angoli di un triangolo è 180°; la transitività del parallelismo, …

“l’assoluta esattezza non è mai raggiungibile e non ha senso”, anche usando strumenti di precisione… È raggiungibile solo con gli assiomi.

Nelle istruzioni ai programmi del liceo moderno:

Nel ricordare agli alunni come le lunghezze e gli angoli si misurino praticamente col metro e col goniometro, l'insegnante avrà cura di avvertire che ogni misura concreta è necessariamente affetta da un errore che può essere ridotto perfezionando i mezzi di misura, ma non può mai venire soppresso.

Egli aggiungerà che nelle scienze applicate più evolute (geodesia, astronomia) viene prefissato un limite che l'errore non deve sorpassare e, quando tale condizione sia soddisfatta, la misura viene riguardata praticamente come esatta.

Le misura approssimate condurranno naturalmente l'insegnante a discorrere delle operazioni sui numeri decimali che rappresentano valori approssimati…

Il confronto tra le misure approssimate e le misure esatte delle grandezze fa sorgere l'idea dell'esistenza o meno di una comune misura, donde il concetto di grandezza incommensurabile. A queste si riattaccano ***i numeri irrazionali….***

Teoremi che non sono assolutamente verificabili:

esistenza di segmenti incommensurabili.

Il ragionamento logico matematico non basta ad assicurare il risultato di un’esperienza e d’altra parte non sempre i procedimenti istintivi ed empirici sono sufficienti a giustificare i risultati matematici.

Matematica di precisione*: tutte le proposizioni che si deducono logicamente dai postulati della geometria o dell’analisi.*

Matematica di approssimazione*: i risultati ottenuti con il grado di approssimazione che l’esperienza comporta.*

Storia del concetto di funzione. *Occorre che, dato x, si possa, con un numero finite di operazioni aritmetiche, ottenere y con un grado di approssimazione arbitrariamente grande*.

Legame con i programmi del Liceo Moderno,

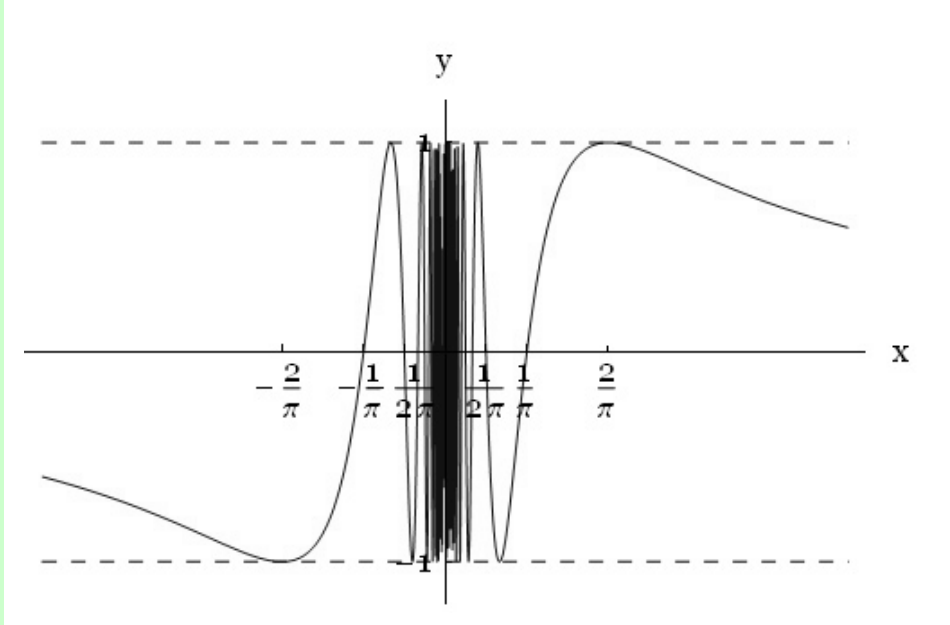
l'insegnante dovrà far notare come i concetti fondamentali della matematica moderna, quello di funzione in particolare, siano suggeriti dalle scienze d'osservazione e, precisati poi dalla matematica, abbiano a loro volta esercitato un benefico influsso sullo sviluppo di questa.

Relazione tra curva *empirica e* curva *ideale*.

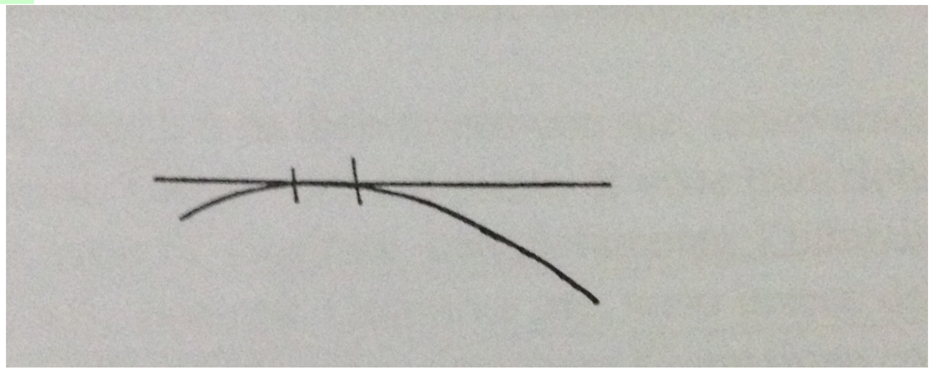
Una curva empirica, segnata da un lapis [o da uno strumento registratore] è una figura la cui larghezza non supera un certo limite [...trascurabile]. È rappresentata da una relazione del tipo $y = f(x) \pm \varepsilon$
Le successive estensioni del concetto di funzione hanno per conseguenza che, se per curva si intende l'insieme dei punti le cui coordinate soddisfano una relazione del tipo $y = f(x)$*, una tal curva può mancare dei caratteri intuitivi, quali...*

Condizioni affinché una curva ideale (astratta) rappresenti una curva empirica

1. *Continuità*
2. *Esistenza di un numero finito di massimi e minimi.*



Situazioni come quelle rappresentate da $y = sin\frac{1}{x}$ appartengono solo alla matematica ideale.



3. *Derivabilità*. Una curva empirica ha in ogni punto una *direzione*, in cui si muoverebbe un punto materiale descrivente la curva quando cessassero le forze cui è soggetto ($\frac{\Delta y}{\Delta x}$)

Curve *ideali*.

$$y = x \, sin \frac{1}{x}$$

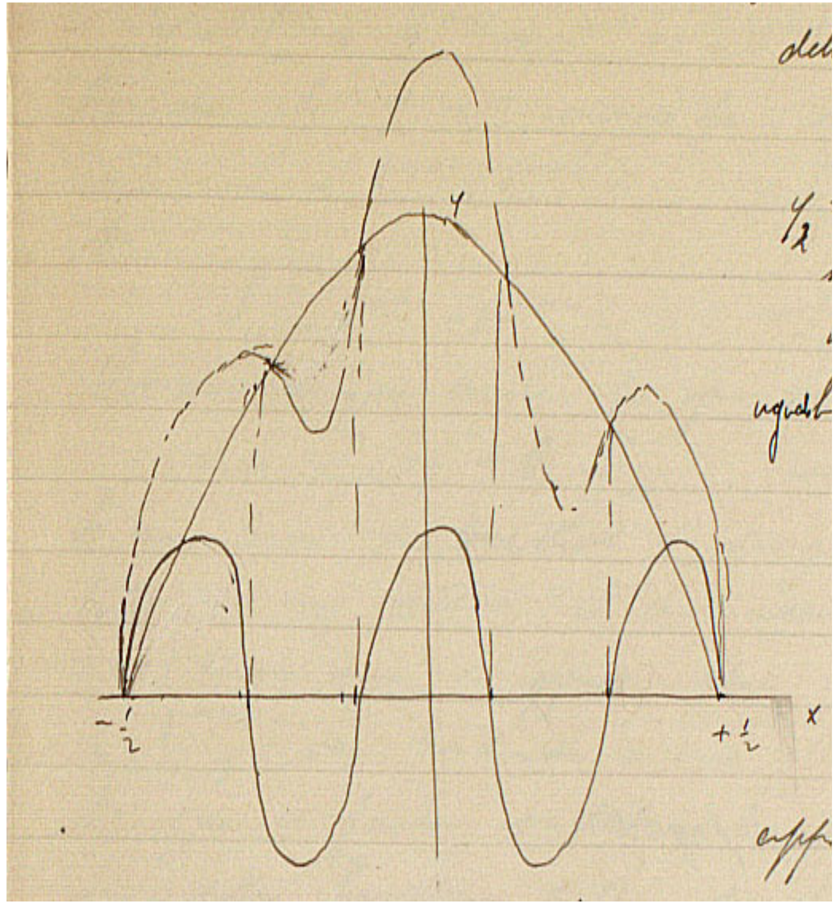
Funzione di Weierstrass

$$y = \sum_{n=0}^{n=\infty} b^n \cos(a^n \pi x)$$

Altri argomenti (in comune con Klein)

Curva di Peano, interpolazione,

analizzatore armonico …



Altri corsi:

Matematiche Complementari

1923-24 Geometria non euclidea

Costruzioni con riga e compasso. Poligoni regolari.

1924-25 Numeri algebrici e numeri trascendenti

1925-26 Massimi e minimi

1926-27 Lunghezze, aree, volumi dal punto di vista storico

Castelnuovo, 1912:

È questo il torto precipuo dello spirito dottrinario che invade la nostra scuola. Noi vi insegniamo a diffidare dell'approssimazione, che è realtà, per adottare l'idolo di una perfezione che è illusoria.
[…] se noi per amore della cultura soffochiamo in questi discepoli il senso pratico e lo spirito d'iniziativa, noi manchiamo al maggiore dei nostri doveri.

Castelnuovo, 1907:

Questo tipo di ragionamento [euristico] è il modo migliore per giungere alla verità, non solo nelle scienze sperimentali, ma anche nella matematica stessa.