

SEMINARIO DI EQUAZIONI DIFFERENZIALI
ANNO ACCADEMICO 2006/07

DIPARTIMENTO DI MATEMATICA G. CASTELNUOVO
SAPIENZA UNIVERSITÀ DI ROMA

Lunedì 18 Settembre 2006

Patricia BAUMAN
PURDUE UNIVERSITY

On a variational model for high-temperature superconductors

Abstract. We describe an energy functional that models high-temperature (layered) superconductors. The model has both two and three-dimensional features: it contains a three-dimensional vector field (called the magnetic potential) defined on \mathbb{R}^3 , and $N + 1$ order parameters (complex-valued functions) defined on $N + 1$ two-dimensional bounded parallel domains, respectively. The components of these functions satisfy a nonlinear coupled elliptic system of partial differential equations. We discuss existence and regularity of minimizers (and solutions to the nonlinear elliptic system) and present some a priori estimates that can be used to analyze the behavior of solutions in large exterior magnetic fields.

Lunedì 25 Settembre 2006

Monica CLAPP

NATIONAL AUTONOMOUS UNIVERSITY OF MEXICO

Multiple 2-nodal solutions of a semiclassical nonlinear Schrodinger equation

Abstract. We consider a stationary nonlinear Schrodinger equation with a positive bounded potential, and look for semiclassical solutions. It is well known that the topology of the set of minima of the potential has an effect on the number of positive solutions of this problem. We will show that it also has an effect -in fact, a more powerful one- on the number of solutions which change sign precisely once. Our approach is based on a dynamical systems point of view, and on the use of appropriate topological tools. This is a joint work with Thomas Bartsch and Tobias Weth.

Lunedì 16 Ottobre 2006

Luz DE TERESA

NATIONAL AUTONOMOUS UNIVERSITY OF MEXICO

Some control results for cascade systems of PDE

Abstract. We present two results on the control of cascade systems of PDE. A first result analyzes two weakly coupled heat equations and obtain an approximate controllability result. In the second problem we will analyze a null control of a heat equation "in cascade" with a wave equation. With these two examples we pretend to illustrate two different kinds of problematic and will present some open problems in the control of cascade systems of PDE.

Lunedì 23 Ottobre 2006

Miguel ESCOBEDO

UNIVERSIDAD DEL PAIS VASCO

Self Similar behaviour for fragmentation equations

Abstract. I shall briefly introduce the linear fragmentation equation. Then I will prove the existence of self similar solutions under suitable conditions. Finally, we will see that the solutions of the Cauchy problem behave asymptotically, as the time increases, like one of these self similar solutions.

Lunedì 30 Ottobre 2006

P.N. SRIKANTH

TIFR CENTER

Existence of solutions concentrating on one-dimensional subsets

Abstract. In this talk we will discuss a singularly perturbed elliptic problem in an annular domain, with a nonlinear term with subcritical exponent and prove the existence of solutions concentrating on one-dimensional subsets.

Lunedì 13 Novembre 2006

Lorenzo GIACOMELLI

SAPIENZA UNIVERSITÀ DI ROMA

A regularity theory for the thin-film equation

Abstract. The uniqueness and the regularity of weak solutions to the thin-film equation are still standing as almost uncharted territories. As a first step on these grounds, I will consider the simplest case of a linearly degenerate mobility in the "complete wetting" regime, which prescribes zero slope at the free boundary. For this problem, I will describe a strategy developed in a joint work with Hans Knuepfer and Felix Otto: We rule out possible changes in the topology of the positivity set by looking at perturbations of the stationary solution, and turn a-priori energy-type estimates into "minimal" conditions on the initial datum under which a unique global solution exists. In fact, this solution turns out to be smooth for positive times and to converge to the stationary solution for large times. As a consequence, we obtain smoothness and long-time behaviour of the free boundary.

Lunedì 20 Novembre 2006

Francois MURAT

UNIVERSITÉ DE PARIS VI

Finite elements approximation of second order linear elliptic equations in divergence form with right-hand side in L^1

Abstract. I will report on recent joint work with J. Casado-Diaz, T. Chacon Rebollo, V. Girault and M. Gomez Marmol, to appear in *Numerische Mathematik* (in press). We consider, in dimension $d \geq 2$, the standard $P1$ finite elements approximation of the second order linear elliptic equation in divergence form with coefficients in $L^\infty(\Omega)$ which generalizes Laplace's equation. We assume that the family of triangulations is regular and that it satisfies an hypothesis close to the classical hypothesis which implies the discrete maximum principle. When the right-hand side belongs to $L^1(\Omega)$, we prove that the unique solution of the discrete problem converges in $W_0^{1,q}(\Omega)$ (for every $1 < q < d/(d-1)$) to the unique renormalized solution of the problem. We obtain a weaker result when the right-hand side is a bounded Radon measure. In the case where the dimension is $d = 2$ or $d = 3$ and where the coefficients are smooth, we give an error estimate in $W_0^{1,q}(\Omega)$ when the right-hand side belongs to $L^r(\Omega)$ for some $r > 1$.

Lunedì 27 Novembre 2006

Maura UGHI

UNIVERSITÀ DI TRIESTE

Propagazione di shocks in un flusso attraverso un mezzo poroso deformabile, possibile degenerazione del problema iperbolico

Abstract. Consideriamo il flusso unidimensionale di un fluido incomprimibile attraverso un mezzo poroso deformabile, la cui conduttività idraulica e porosità sono funzioni dell'intensità di flusso. Trascurando fenomeni di capillarità, una frontiera regolare penetra nella zona asciutta (inizialmente occupante l'intero mezzo) dividendola dalla zona bagnata. Studiamo il problema, finora aperto, della continuazione della soluzione nel caso di eventuali singolarità, interpretabili fisicamente come collassi locali del mezzo, e nell'ipotesi che la porosità sia una funzione non crescente della velocità volumetrica. Questa ipotesi implica che l'equazione iperbolica che esprime la legge di conservazione possa degenerare.

Lunedì 11 Dicembre 2006

David RUIZ

UNIVERSITÀ DI GRANADA

Existence and nonexistence of solutions for a Schrodinger-Poisson system

Abstract. In this talk we will be concerned with the Schrodinger-Poisson (or Schrodinger-Maxwell) problem:

$$\begin{cases} -\Delta u + u + \lambda\phi u = |u|^{p-1}u \\ -\Delta\phi = u^2 \\ \lim_{|x|\rightarrow+\infty}\phi(x) = 0, \end{cases}$$

where $u, \phi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ are radial functions, $\lambda > 0$ and $1 < p < 5$. We give existence and nonexistence results, depending on the parameters p and λ . We consider mainly (but not only) positive solutions.

It turns out (quite surprisingly) that $p = 2$ is a critical value for the existence of solutions and for the behavior of the energy functional associated.

Lunedì 18 Dicembre 2006

Luca CAPOGNA

UNIVERSITY OF ARKANSAS

Moto per curvatura media sub-Riemanniano

Abstract. Il moto per curvatura media nel gruppo di Heisenberg e in altri spazi sub-Riemanniani è il flusso "gradiente" in L^2 del funzionale perimetro. Lo studio di questo moto è interessante sia dal punto di vista analitico/PDE che dal punto di vista delle applicazioni (per esempio nel lavoro di Citti e Sarti sul completamento amodale di immagini nel primo strato della corteccia cerebrale). Il seminario consiste in un'introduzione a questo tipo di problemi, con motivazioni e risultati parziali.

Lunedì 15 Gennaio 2007

Fuensanta ANDREU

UNIVERSITAT DE VALENCIA

Limited Flux Diffusion Equations

Abstract. To correct the infinite speed of propagation of the classical diffusion equation Ph. Rosenau in [3] proposed the tempered diffusion equation

$$u_t = \left[\frac{D_0 u u_x}{\sqrt{u^2 + \frac{D_0^2}{C^2} u_x^2}} \right]_x. \quad (1)$$

Equation (1) was derived by Y. Brenier by means of Monge-Kantorovichs mass transport theory ([1]) and he named it as the *relativistic heat equation*

$$u_t = \nu \operatorname{div} \left(\frac{u Du}{\sqrt{u^2 + \frac{\nu^2}{c^2} |Du|^2}} \right). \quad (2)$$

We prove existence and uniqueness of entropy solutions for the Cauchy problem for the quasi-linear parabolic equation

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \operatorname{div} \mathbf{a}(u, Du), \quad (3)$$

where $\mathbf{a}(z, \xi) = \nabla_{\xi} f(z, \xi)$ and f being a function with linear growth as $\|\xi\| \rightarrow \infty$, satisfying other additional assumptions. In particular, this class includes the relativistic heat equation (2) and the flux limited diffusion equation

$$u_t = \nu \operatorname{div} \left(\frac{u Du}{u + \frac{\nu}{c} |Du|} \right) \quad (4)$$

used in the theory of radiation hydrodynamics ([2]).

We study the evolution of the support of entropy solutions of relativistic heat equation. For that purpose, we give comparison principles between sub-solutions (or super-solutions) and entropy solutions of the Cauchy problem and then using suitable sub-solutions and super-solutions, we establish the following result.

“Let C be an open bounded set in \mathbb{R}^N . Let $u_0 \in (L^1(\mathbb{R}^N) \cap L^\infty(\mathbb{R}^N))^+$ with support equal to \overline{C} . Assume that given any closed set $F \subseteq C$, there is a constant $\alpha_F > 0$ such that $u_0 \geq \alpha_F$ in F . Then, if $u(t)$ is the entropy solution of the Cauchy problem for the equation (2) with u_0 as initial datum, we have that

$$\operatorname{supp}(u(t)) = \overline{C} \oplus \overline{B_{ct}(0)} \quad \text{for all } t \geq 0.”$$

1. BRENIER, Y. (2003) Extended Monge-Kantorovich Theory, In L.A. Caffarelli and S. Salsa (eds.) *Optimal Transportation and Applications: Lectures given at the C.I.M.E. Summer School held in Martina Franca*, Lecture Notes in Math. 1813, Springer-Verlag, pp. 91122.
2. MIHALAS D. AND MIHALAS B. (1984). *Foundations of radiation hydrodynamics*, Oxford University Press.
3. ROSENAU, P. (1992). Tempered Diffusion: A Transport Process with Propagating Front and Inertial Delay. *Phys. Review A* **46**, 73717374.

Lunedì 22 Gennaio 2007

Mario PULVIRENTI

SAPIENZA UNIVERSITÀ DI ROMA

Stati quasistazionari per l'equazione di Navier-Stokes in \mathbb{R}^2

Abstract. L'equazione di Navier-Stokes nel piano ha, in assenza di forze esterne, comportamento asintotico (per $t \rightarrow \infty$) banale. D'altra parte si osserva sperimentalmente e numericamente la formazione di strutture coerenti stabili, prima che la dissipazione distrugga tutto. È interessante cercare di caratterizzare questo fenomeno da un punto di vista matematicamente rigoroso. Allora l'idea è quella di separare le varie scale temporali in cui le grandezze vengono dissipate. Ipotezzando che l'energia venga dissipata molto più lentamente di quanto non decresca l'entropia, si ricava una nuova equazione che ha come stati asintotici delle

soluzioni dell'equazione di Eulero (dette soluzioni di campo medio) che abbiamo studiato nel '92 assieme a Caglioti, Lions e Marchioro, con tecniche di Meccanica Statistica e PDE, ma solo da un punto di vista puramente statico. L'approccio che presento è strettamente legato alla teoria dei flussi gradienti (rispetto alla metrica di Wasserstein), mediante la quale si caratterizza in maniera naturale l'equazione di Navier-Stokes 2-D. Stabilita l'equazione, si comincia poi lo studio delle soluzioni con i primi teoremi di esistenza. Tale studio, in collaborazione con Caglioti e Rousset (Nizza), è ancora in fase preliminare.

Lunedì 5 Febbraio 2007

Louis NIRENBERG

COURANT INSTITUTE OF MATHEMATICAL SCIENCES

Inequalities connected with degree theory

Abstract. Degree theory has been extended to various noncontinuous maps, in particular, to maps in some Sobolev spaces. These suggest estimates for degree in terms of different integral norms.

Lunedì 12 Febbraio 2007

E. Norman DANCER

UNIVERSITY OF SYDNEY

Non-negative solutions on half spaces

Abstract. We discuss moving plane results for non-negative solutions of non-linear elliptic partial differential equations on half spaces and systems of such equations. In particular we prove monotonicity results in the direction normal to the boundary for cooperating systems and scalar equations with nonlinearity $f(u)$ where $f(0) < 0$.

Lunedì 19 Febbraio 2007

Gianmaria VERZINI

POLITECNICO DI MILANO

Unicità e proprietà di energia minima per soluzioni di sistemi fortemente competitivi

Abstract. Si consideri il seguente sistema di reazione-diffusione che descrive le soluzioni stazionarie di tre specie in competizione

$$-\Delta u_i = -\kappa u_i \sum_{j \neq i} u_j, \quad i = 1, 2, 3.$$

Intendiamo provare l'unicità della configurazione limite per $\kappa \rightarrow \infty$ in un dominio del piano D , con appropriate condizioni al bordo. Inoltre mostreremo che la configurazione limite minimizza l'energia associata al sistema

$$E(U) = \sum_{i=1}^3 \int_D |\nabla u_i(x)|^2 dx$$

tra tutti gli stati segregati (cioè $u_i u_j = 0$ quasi ovunque) che verificano le stesse condizioni al bordo (lavoro in collaborazione con M. Conti e S. Terracini).

Lunedì 26 Febbraio 2007

Andrea BRAIDES

UNIVERSITÀ DI ROMA 2

Movimenti di interfaccia in ambienti eterogenei

Abstract. Si affronta il problema della descrizione del moto per curvatura in ambienti eterogenei tramite l'approccio di discretizzazione temporale introdotto da Almgren-Taylor-Wang e successivamente elaborato da De Giorgi e Ambrosio nella teoria dei 'movimenti minimizzanti'. Si tratta un caso modello 'discreto' e si mostra che l'interazione della scala spaziale e quella temporale portano ad un moto per curvatura cristallina con fenomeni di 'pinning', quantizzazione della velocità e non unicità della soluzione. Lavoro in corso in collaborazione con Maria Stella Gelli e Matteo Novaga (Pisa).

Lunedì 5 Marzo 2007

Augusto C. PONCE

UNIVERSITÉ DE TOURS

Reduced measures in the Chern-Simons Field Theory

Abstract. We describe some recent work with C.-S. Lin and Y. Yang concerning the following nonlinear elliptic system arising in Chern-Simons Field Theory:

$$\begin{cases} -\Delta u + e^v(e^u - 1) = \mu & \text{in } \mathbb{R}^2, \\ -\Delta v + e^u(e^v - 1) = \nu & \text{in } \mathbb{R}^2, \end{cases}$$

where μ, ν are finite measures on \mathbb{R}^2 . The "reduced measure" is an important tool to prove existence of solutions.

Lunedì 12 Marzo 2007

Herbert KOCH

UNIVERSITÄT DORTMUND

A priori estimates for the Nonlinear Schrödinger Equation in negative Sobolev spaces

Abstract. The one dimensional cubic Nonlinear Schrödinger equation (NLS)

$$iu_t - u_{xx} \pm u|u|^2 = 0, \quad u(0) = u_0$$

arises as generic asymptotic equation for modulated wave trains. It has a particularly rich structure. We consider the cubic NLS equation in one space dimension, either focusing or defocusing. We prove that the solutions satisfy a-priori local in time H^s bounds in terms of the H^s size of the initial data for $s \geq -\frac{1}{6}$. This is related to large time properties of solutions to NLS.

Lunedì 19 Marzo 2007

Henri BERESTYCKI

ÉCOLE DES HAUTES ÉTUDES EN SCIENCES SOCIALES, PARIS

Fronti generalizzati attraverso un ostacolo

Abstract. L'argomento del seminario riguarda equazioni di reazione–diffusione in mezzi non omogenei. Verranno presentate nozioni generalizzate di fronti viaggianti e discusse alcune loro proprietà. Sarà descritta una costruzione di onde generalizzate per equazioni di reazione diffusione attraverso un ostacolo, che coinvolge alcuni nuovi risultati di tipo Liouville. La presentazione riguarda lavori recenti con F. Hamel e H. Matano.

Lunedì 26 Marzo 2007

Bernard DACOROGNA

ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE

Some linear and nonlinear equations involving differential forms

Abstract. We discuss the existence and regularity of solutions to the equation

$$du = f$$

with boundary data. We then briefly present the nonlinear version of this problem.

Lunedì 2 Aprile 2007

Vincenzo NESI

SAPIENZA UNIVERSITÀ DI ROMA

Mappe armoniche piane e omeomorfismi

Abstract. I risultati esposti sono frutto di una collaborazione con Giovanni Alessandrini (Trieste). Una mappa armonica piana sul disco unitario di \mathbb{R}^2 è semplicemente una coppia $U = (u_1, u_2)$ di funzioni armoniche sul disco. Ci siamo occupati del problema di trovare condizioni che garantiscono che U sia un omeomorfismo globale con la sua immagine. Se l'immagine è convessa, condizioni sufficienti sono fornite da un teorema classico di Kneser (1926). Discuterò tale risultato e delle sue implicazioni nei problemi delle superfici minime (teorema di Raddò), dell'equazione ellittica di Monge-Ampere (Heinz), e delle mappe estremali a distorsione finita (Astala, Iwaniec, Martin, Onninen) e altri. Quindi presenterò alcuni dei nostri risultati e in particolare un teorema di non iniettività, e una versione sharp del risultato di Kneser in cui siamo riusciti ad ottenere condizioni necessarie e sufficienti perchè U sia un diffeomorfismo del disco chiuso con la chiusura della sua immagine.

Lunedì 16 Aprile 2007

Fabrice BETHUEL

UNIVERSITÉ DE PARIS VI

Transonic traveling waves for the Gross-Pitaevskii equation

Abstract. The Gross-Pitaevskii equation, which is a nonlinear Schrödinger (NSL) equation was introduced to model various phenomena in physics, in particular Bose-Einstein condensation and possibly also superfluidity. In contrast with the usual NLS equation, finite energy solution on the whole space do not tend to zero at infinity, but instead their modulus tends to one. The equation bears some analogy with the Euler equation of compressible fluid, in particular there is a notion similar to the speed of sound. In this talk I will discuss various problems related to traveling wave solution, those speed is close to the speed of sound. I will focus in particular on the existence problem. Our approach uses calculus of variation as well as the asymptotic analysis of the equation (the formal asymptotic limit being the KP equation).

This is a joint ongoing work with Philippe Gravejat (Université Paris-Dauphine) and Jean-Claude Saut (Université d'Orsay).

Lunedì 23 Aprile 2007

Vesselin PETKOV

UNIVERSITÉ DE BORDEAUX I

Estimates for the cut-off resolvent of the Laplacian for trapping obstacles

Abstract. We examine the behavior of the cut-off resolvent $R_\chi(\lambda) = \chi(\Delta_D - \lambda^2)^{-1}\chi$ of the Laplacian related to the Dirichlet problem outside a compact obstacle $K = \mathbb{R}^n \setminus \Omega$, $n \geq 3$, where $\chi \in C_0^\infty(\mathbb{R}^n)$ is equal to 1 on K . If the obstacle K has at least one trapping ray γ , we have $\sup_{\lambda \in \mathbb{R}} \|\lambda R_\chi(\lambda)\|_{L^2(\Omega) \rightarrow L^2(\Omega)} = +\infty$. This condition is too weak since we have no information about the geometry of K and on the dynamics outside a small neighborhood of γ . Nevertheless, this assumption leads to some interesting properties of the cut-off resolvent $R_\chi(\lambda)$ for $\lambda \in \mathbb{C}$ and on the spectrum of Lax-Phillips semigroup $Z(t)$. In this talk we show that the existence of one trapping ray implies many differences with the case of non-trapping obstacles.

Lunedì 7 Maggio 2007

Tonia RICCIARDI

UNIVERSITÀ DI NAPOLI FEDERICO II

Su un'equazione ellittica a non linearità esponenziale motivata da questioni di turbolenza

Abstract. Presento risultati di esistenza e di stima di autovalori per un'equazione di campo medio in turbolenza bidimensionale. Tali risultati sono ispirati da recenti lavori di T. Suzuki e dei suoi collaboratori.

Lunedì 14 Maggio 2007

Alessandra LUNARDI

UNIVERSITÀ DI PARMA

Operatori ellittici e misure invarianti

Abstract. Come è noto, operatori differenziali lineari ellittici con coefficienti illimitati in \mathbb{R}^N o in aperti di \mathbb{R}^N si ambientano male in spazi L^p rispetto alla misura di Lebesgue. Ambienti più naturali sono spazi L^p rispetto a misure invarianti, in cui questi operatori, se dotati di domini opportuni, risultano dissipativi. Le misure invarianti hanno inoltre un ruolo essenziale nel comportamento asintotico (per t tendente all'infinito) dei semigruppri $T(t)$ associati.

Lunedì 21 Maggio 2007

Lucio BOCCARDO

SAPIENZA UNIVERSITÀ DI ROMA

Una teoria di Calderon-Zygmund non lineare per esponenti piccoli

Abstract. Se $r > 1$ e $M(x)$ è una matrice ellittica regolare, la teoria di Calderon-Zygmund dice che la soluzione u del problema di Dirichlet lineare

$$\begin{cases} -\operatorname{div}(M(x)Du) = F \in W^{-1,r} & \text{in } \Omega, \\ u = 0 & \text{su } \partial\Omega, \end{cases}$$

appartiene a $W_0^{1,r}(\Omega)$. Quindi, se $f \in L^m(\Omega)$, per l'immersione di Sobolev, si ha che $f \in W^{-1,m^*}(\Omega)$ e allora la teoria di Calderon-Zygmund assicura che $u \in W_0^{1,m^*}(\Omega)$. Tale risultato non vale se m è grande ($m > 2N/(N+2)$), neppure nel caso lineare se M è a coefficienti solo limitati e misurabili. Si presenta un risultato alla Calderon-Zygmund per problemi non lineari, se $1 < m < 2N/(N+2)$. Sviluppi: minimi di funzionali, problemi semilineari, caso di evoluzione.

Lunedì 4 Giugno 2007

Piero D'ANCONA

SAPIENZA UNIVERSITÀ DI ROMA

Stime di regolarizzazione, teoremi di restrizione, e applicazioni

Abstract. Le soluzioni $u(t)$ dell'equazione di Schrödinger presentano un singolare fenomeno, scoperto da Kato-Yajima (sul versante PDE) e insieme da Sjolín (versante analisi armonica): le medie L^2 nel tempo della soluzione sono più regolari del dato iniziale. Il fenomeno è molto diverso dalla regolarizzazione istantanea ad ogni $t > 0$ che si verifica per l'equazione del calore, ed è invece strettamente collegato a fenomeni dispersivi, teoremi di traccia e risultati di analisi armonica come i teoremi di restrizione. Infatti proprietà simili valgono per molte altre equazioni di evoluzione che hanno natura dispersiva (Schrödinger, onde, Klein-Gordon, Dirac, KdV etc).. Sono inoltre possibili estensioni al caso a coefficienti variabili, ad esempio per potenziali magnetici singolari [D'Ancona-Fanelli 2007]. Le applicazioni sono numerose, in particolare alle stime di Strichartz e alla buona positura per equazioni nonlineari (Kenig-Ponce-Vega).

Lunedì 18 Giugno 2007

David ARCOYA

UNIVERSIDAD DE GRANADA

Quasilinear problems with quadratic growth and singularities

Abstract. In this talk, we study the effect of introducing a singular term in the classical quasilinear elliptic b.v.p. with natural growth in the gradient studied by Boccardo-Murat-Puel. The simplest model is

$$-\Delta u + \frac{|\nabla u|^2}{u^\alpha} = a(x), \quad x \in \Omega$$

$$u \in H_0^1(\Omega).$$

where Ω is a bounded domain in \mathbb{R}^N , $\alpha > 0$ and $0 < a \in L^q(\Omega)$ with $q > N/2$. Existence (joint work with S. Barile and P. J. Martínez-Aparicio), uniqueness (joint work with S. Segura) and nonexistence (joint work with J. Carmona and P. J. Martínez-Aparicio) of strictly positive solution are discussed.

Lunedì 18 Giugno 2007

Brian H. GILDING

SULTAN QABOOS UNIVERSITY

Large-time behaviour of solutions of the porous media equation in an exterior domain

Abstract. The porous media equation needs no introduction. It has stood at the forefront of the study of degenerate nonlinear second-order parabolic equations for almost half a century. The subject is the Cauchy–Dirichlet problem in an exterior domain when the boundary data are homogeneous. The specific concern is the large-time behaviour of solutions and of the free boundary of their support. In contrast to other problems studied to date, this particular problem does not admit an obvious invariance principle which reveals the behaviour. The radially-symmetric problem in the exterior of the unit ball with, as it were, a space dimension that is any real number, is considered first. With the aid of a special comparison principle involving a weighted integral of the solution, it can be shown that the solution of this problem converges to one of two specific self-similar solutions. Also, the free boundary converges to that of the respective self-similar solution. Which of the two self-similar solutions is selected depends upon the space dimension. The critical space dimension is 2, for which there is no distinction between the self-similar solutions, and the analysis is delicate. The behaviour established for the radially-symmetric problem leads to finding the large-time behaviour of solutions in an arbitrary domain in a natural number of space dimensions with no conditions of symmetry. (Joint work with Jan Goncerzewicz, Wrocław University of Technology, Poland)