

SEMINARIO DI EQUAZIONI DIFFERENZIALI
ANNO ACCADEMICO 2008/09

DIPARTIMENTO DI MATEMATICA G. CASTELNUOVO
SAPIENZA UNIVERSITÀ DI ROMA

Lunedì 27 Ottobre 2008

Gianfausto Dell'Antonio
UNIVERSITÀ DI ROMA I

Equazione di Schroedinger limite su grafi

Abstract. Consideriamo un grafo G (per semplicità planare), un suo intorno tubolare di spessore d e una soluzione $V_d(t)$ dell'equazione di Schroedinger (con condizioni di Dirichlet ai bordi dell'intorno) con dato iniziale $V_d(0)$ dolce e con supporto lontano dai vertici. Lontano dai vertici chiamiamo $W_d(t)$ la "proiezione sul grafo" di $V_d(t)$ (verrà spiegato in che senso). Ci chiediamo se il limite per d tendente a 0 esista e che equazione soddisfi. (un problema equivalente è chiedersi se esista e a quale equazione soddisfi il limite alla soglia del continuo di energia di $V_d(t)$ per $d = 1$). Vedremo che la risposta dipende dallo spettro (discreto) dell'operatore di Schroedinger su un dominio che si ottiene troncando l'intorno tubolare a una distanza L_d dai vertici (quindi i vertici si disaccoppiano) con L "molto grande" e in particolare dal comportamento degli autovalori che convergono alla soglia del continuo per L tendente all'infinito. Queste ultime proprietà dipendono in modo complicato (almeno per me) dalla forma geometrica dell'intorno tubolare nell'intorno dei vertici. Darò la soluzione in casi elementari.

Lunedì 3 Novembre 2008

Massimo Grossi
UNIVERSITÀ DI ROMA I

Un problema di biforcazione dalle autofunzioni del laplaciano

Abstract.

Consideriamo il problema $-\Delta u = |u|^{(p-1)}u$ in D dove D è un dominio limitato di R^n con $n > 1$ e $u = 0$ sul bordo di D . Si proverà che, sotto opportune ipotesi, quando l'esponente p è vicino a 1 tutte le soluzioni di tale problema sono "vicine" alle autofunzioni del laplaciano.

Lunedì 10 Novembre 2008

Rafe Mazzeo
STANFORD UNIVERSITY

Phase transitions and two-phase semilinear elliptic equations on hyperbolic space

Abstract. I will describe a few different results concerning solutions of the standard semilinear problem $\Delta u = f(u)$ on the n -dimensional hyperbolic space, where the potential function $F(u)$ has two nondegenerate minima at the same level. The first set of results concern symmetry of solutions and variants of the De Giorgi conjecture in this setting, obtained in collaboration with Isabeau Birindelli. I also discuss the construction of a large family of new nonsymmetric solutions, which behave rather differently than the analogous recently discovered solutions of the same type for this problem in Euclidean space.

Lunedì 17 Novembre 2008

Luigi Orsina
UNIVERSITA' DI ROMA I

Equazioni ellittiche con termini quadratici singolari

Abstract. Presenterò alcuni recenti risultati su equazioni ellittiche quasilineari con termini di ordine inferiore a crescita quadratica nel gradiente e singolari (nell'origine) rispetto alla soluzione. I risultati, di esistenza e non esistenza di soluzioni, sono legati alla velocità con la quale il termine di ordine inferiore diverge quando la soluzione tende a zero. Discuterò poi di alcune equazioni semilineari singolari ottenute tramite cambio di variabile dal problema quasilineare modello.

Lunedì 24 Novembre 2008

Andrea Cianchi
UNIVERSITA' DI FIRENZE

Problemi di Neumann con dati e domini irregolari

Abstract. Si considerano problemi al contorno con dato di Neumann per equazioni ellittiche lineari e non lineari su domini irregolari e con dato (termine noto dell'equazione) poco sommabile. Si dimostrano stime a priori in termini di disuguaglianze isocapitarie. Si ottengono inoltre risultati di esistenza, unicità e dipendenza continua dai dati per soluzioni in senso generalizzato sotto opportune ipotesi di bilancio fra la irregolarità del dominio e la sommabilità del dato.

Lunedì 1 Dicembre 2008

Gabriella Tarantello
UNIVERSITA' DI ROMA II

On the construction of electroweak vortex configuration

Abstract. Si considera un sistema ellittico sul toro bidimensionale al fine di descrivere configurazioni di tipo vortice a' la Abrikosov, per la teoria elettrodebole in un contesto auto-duale.

Lunedì 15 Dicembre 2008

Jose' Miguel Urbano
UNIVERSITA' DI COIMBRA

p(x)-Harmonic functions with unbounded exponent in a subdomain.

Abstract.

We study the Dirichlet problem $-div(|Du|^{p(x)-2}Du) = 0$ in Ω , with $u = f$ on the boundary of Ω and $p(x) = \infty$ in W , a subdomain of the reference domain Ω . The main issue is to give a proper sense to what a solution is. To this end, we consider the limit as n tends to infinity of the solutions u_n to the corresponding problem when $p_n(x)$ is the truncation of p at level n , in particular, with $p = n$ in W . Under suitable assumptions on the data, we find that such a limit exists and that it can be characterized as the unique solution of a variational minimization problem. Moreover, we examine this limit in the viscosity sense and find an equation it satisfies.

Lunedì 12 Gennaio 2009

Lorenzo Bertini
UNIVERSITA' DI ROMA I

Large deviations principle for the stochastic vortex model.

Abstract. As well known, the two dimensional Navier-Stokes equation can be formulated for the vorticity field. The so-called stochastic vortex model is introduced by considering the vorticity concentrated in single points. In this model, the vortices evolve as independent Brownians with a mean field interaction. In the limit of infinitely many vortices one obtains, as a law of large numbers, the Navier-Stokes equation. We discuss the associated large deviations principle, in which the main technical issue is the singularity of the interaction kernel. We also briefly discuss the problem of the exit from a domain, showing that when the vorticity hits a level set of the energy it is close to a minimizer of the entropy on that level set.

Lunedì 19 Gennaio 2009

Camillo De Lellis
UNIVERSITA' DI ZURIGO

Superfici minime e funzioni multivalore .

Abstract. La teoria delle correnti offre un quadro teorico per risolvere il problema di Plateau in ogni dimensione e codimensione. In codimensione 1 la teoria della regolarita' (dovuta, tra gli altri, a De Giorgi, Almgren, Federer e Simons) arriva a risultati soddisfacenti e ben compresi. In codimensione maggiore di uno il risultato piu' profondo e', da circa trent'anni, una monografia di Almgren di circa 1000 pagine. In due lavori recenti con Emanuele Spadaro abbiamo mostrato come una parte della teoria di Almgren possa essere riletta e semplificata alla luce di recenti tecniche di teoria geometrica della misura.

Lunedì 26 Gennaio 2009

Susanna Terracini

UNIVERSITÀ DI MILANO BICOCCA

Spectral properties and uniqueness theorems related to optimal partitions .

Abstract. We consider the spatial segregation in connection with the asymptotics of competition-diffusion systems as competition grows to infinity. We focus on the associated free boundary problem and we prove uniqueness of the partition with respect to the boundary data. Finally, we shall discuss optimal partition problems associated with eigenvalues and related spectral problems.

Lunedì 2 Febbraio 2009

Carlo Mantegazza

SCUOLA NORMALE SUPERIORE, PISA

On Perelman's dilation .

Abstract. By means of a Kaluza-Klein type argument we show that the Perelman's F-functional is the Einstein-Hilbert action in a space with extra "phantom" dimensions. In this way, we try to interpret some remarks of Perelman in the introduction and at the end of the first section in his famous paper. As a consequence the Ricci flow (modified by a diffeomorphism and a time-dependent factor) is the evolution of the "real" part of the metric under a constrained gradient flow of the Einstein-Hilbert gravitational action in higher dimension.

Lunedì 9 Febbraio 2009

Norman E. Dancer

UNIVERSITA' DI SYDNEY

An unexpected connection between problems with small diffusion and problems with infinite boundary values

Abstract. We discuss the connection between the positive solutions of $-r\Delta u = f(u)$ in D , $u = 0$ on the boundary of D for r small positive and the problem $-\Delta u = g(u)$ in D , u is infinite on the boundary of D . Here D is a smooth bounded domain, f has a non-nodal positive zero and g is an appropriate pure power nonlinearity. The results depend on the order of the non-nodal zero.

Lunedì 16 Febbraio 2009

Adriana Garroni

UNIVERSITA' DI ROMA I

Un modello non locale per la transizione di fase .

Abstract. Presenterò un modello variazionale per le transizioni di fase che è collegato all'analisi di un'importante classe di difetti nei cristalli. Si tratta di un modello di tipo transizioni di fase con termine di regolarizzazione non locale. L'obiettivo è lo studio del comportamento asintotico dei minimi di questi funzionali e quindi lo strumento utilizzato è quello della Gamma-convergenza.

Dopo una presentazione dei modelli piu' classici, come quello di Cahn-Hilliard (e sue generalizzazioni), e delle loro caratteristiche principali, vedremo che il modello in esame ha una fenomenologia molto diversa che richiede l'uso di una analisi multiscala.

Lunedì 23 Febbraio 2009

Ana Vargas

UNIVERSITA' AUTONOMA, MADRID

Null form estimates for the wave equation .

Abstract.

This is a joint work with Sanghyuk Lee and Keith Rogers.

Null form estimates for the wave equation have been considered by several authors, as Foschi, Klainerman, Machedon, Selberg, Tao, Tataru. They are inequalities of the form

$$(0.1) \quad \|D_0^{\beta_0} D_+^{\beta_+} D_-^{\beta_-}(\phi\psi)\|_{L_t^q L_x^r} \leq C(\|\phi(0)\|_{\dot{H}^{\alpha_1}} + \|\phi'_t(0)\|_{\dot{H}^{\alpha_1-1}}) \\ \times (\|\psi(0)\|_{\dot{H}^{\alpha_2}} + \|\psi'_t(0)\|_{\dot{H}^{\alpha_2-1}}),$$

where ϕ and ψ are solutions of the wave equation. We obtain sharp estimates in dimension $n \geq 3$, except for the endpoints.

Lunedì 2 Marzo 2009

Marco Squassina

UNIVERSITA' DI VERONA

Existence and symmetry of least energy solutions for a class of quasi-linear elliptic equations.

Abstract.

For a general class of autonomous quasi-linear elliptic equations on R^n we prove the existence of a least energy solution and show that all least energy solutions do not change sign and are radially symmetric up to a translation in R^n . This is a joint work with Louis Jeanjean.

Lunedì 9 Marzo 2009

Annalisa Malusa

UNIVERSITA' DI ROMA I

Esistenza ed unicità delle soluzioni di alcuni sistemi di tipo Monge-Kantorovich.

Abstract. Verra' presentata una panoramica su alcuni risultati, ottenuti in collaborazione con G. Crasta, riguardanti una classe di sistemi di PDEs di tipo Monge-Kantorovich che modella i cosiddetti problemi di rimozione ottimale di massa. Un sistema di questo tipo risulta essere l'equazione di Eulero associata ad un problema di minimo del Calcolo delle Variazioni con vincolo sul gradiente. L'uso combinato delle tecniche della teoria del trasporto ottimo e delle informazioni che provengono direttamente dal problema di minimo permette di caratterizzare completamente le soluzioni del sistema di PDEs. In particolare si riescono a dare

condizioni necessarie e sufficienti per l'unicità sia della densità che del potenziale di trasporto.

Lunedì 16 Marzo 2009

Isabeau Birindelli
UNIVERSITÀ DI ROMA I

Simmetria di soluzioni per equazioni semi-lineari ellittiche nello spazio iperbolico

Abstract. Presenteremo dei risultati di simmetria e di mancanza di simmetria per soluzioni intere di equazioni semi-lineari nello spazio iperbolico. Oltre a presentare dei risultati classici e nuovi di simmetria, dimostreremo l'esistenza di soluzioni delle equazioni differenziali ordinarie associate alle soluzioni simmetriche. Verranno sottolineate somiglianze e soprattutto differenze rispetto al caso Euclideo.

Lunedì 23 Marzo 2009

Fausto Ferrari
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Disuguaglianze di tipo Poincaré con pesi e soluzioni stabili di equazioni semilineari nel gruppo di Heisenberg

Abstract. Parlerò di una famiglia di disuguaglianze di tipo Poincaré nel gruppo di Heisenberg. In tali disuguaglianze vi sono dei pesi il cui significato geometrico intrinseco è parzialmente riconducibile a funzioni delle curvature media e immaginaria delle superficie di livello delle soluzioni stabili di problemi semilineari del tipo $\Delta_H u = f(u)$. Pertanto, dalle suddette disuguaglianze discendono anche alcune informazioni inerenti le soluzioni dei problemi semilineari stessi.

Lunedì 30 Marzo 2009

Michiel Bertsch
UNIVERSITÀ DI ROMA II

Groundwater flow in a fissurized-porous stratum

Abstract. in a porous medium in the presence of cracks. The question how the typical penetration depth of the fluid depends on the presence of cracks is of mathematical interest, but becomes practically relevant in case of contaminated groundwater. Results obtained recently in collaboration with Barenblatt and Nitsch show how the penetration depth depends on the small parameters which are present in the model.

Lunedì 27 Aprile 2009

Antonio SICONOLFI
UNIVERSITÀ DI ROMA I

Questioni di stabilità con tecniche ispirate alla teoria KAM debole.

Abstract. Vengono affrontati due problemi di stabilita' apparentemente eterogenei quali la esistenza di una funzione di Lyapunov liscia per una dinamica multivoca semicontinua superiormente sotto opportune ipotesi di stabilita' e di una funzione tempo globale su una varieta' Lorentziana orientata assumendo condizioni di causalita' e di globale iperbolicita'. Viene proposto un'approccio unificato che si avvale di metodologie e strumenti provenienti dalla teoria KAM debole. Questo sembra a prima vista sorprendente in quanto tale teoria e' inerente allo studio di dinamiche Hamiltoniane e equazioni di Hamilton-Jacobi collegate mentre nessuna Hamiltonian appare nella problematica sopra enunciata.

Lunedì 4 Maggio 2009

Massimiliano Morini

SISSA

Proprieta' qualitative delle configurazioni di equilibrio per un modello di crescita epitassiale

Abstract. Si analizza un modello variazionale considerato nella letteratura fisica per descrivere le configurazioni di equilibrio di un film elastico depositato epitassialmente su un substrato rigido. Il risultato principale e' rappresentato da un criterio sufficiente di minimalita' locale in termini di un'opportuna nozione di variazione seconda. Tale criterio viene quindi impiegato per studiare varie proprieta' qualitative delle configurazioni di equilibrio.

Giovedì 7 Maggio 2009

Alessio FIGALLI

ECOLE POLYTECHNIQUE, PARIS

Il problema del trasporto ottimo parziale

Abstract. Date due densita' f e g , una variante del problema del trasporto ottimo consiste in cercare di trasportare una frazione fissata della massa di f su g nel modo piu' "economico" possibile. In questo seminario vedremo innanzitutto come sia possibile (sotto opportune ipotesi) dimostrare esistenza e unicita' di una mappa di trasporto. Mostrero' inoltre come il problema della regolarita' della mappa di trasporto corrisponda a studiare un'equazione di Monge-Ampere in un dominio con frontiera libera. Grazie a questo fatto, si riesce a dimostrare che, sotto opportune ipotesi sulle densita' f e g , la mappa di trasporto corrisponda a studiare un'equazione di Monge-Ampere in un dominio con frontiera libera. Grazie a questo fatto, si riesce a dimostrare che, sotto opportune ipotesi sulle densita' f e g , la mappa di trasporto e' $C^{0,\alpha}$ e la frontiera libera e' C^1 . Vedremo infine come (in contrasto con quanto avviene nel problema classico del trasporto ottimo) questo risultato di regolarita' sia ottimale: gia' in dimensione 1 e' possibile costruire due densita' regolari, rispettivamente supportate su due intervalli, per cui la mappa di trasporto non e' C^1 .

Lunedì 11 Maggio 2009

Virginia De Cicco
UNIVERSITA' DI ROMA I

Risultati recenti di semicontinuita' per funzionali integrali del Calcolo delle Variazioni
Abstract. Si presentano dei risultati recenti di semicontinuita' per funzionali del Calcolo delle Variazioni non coercivi definiti sia negli spazi di Sobolev che in SBV.

Lunedì 18 Maggio 2009

Catherine Bandle
UNIVERSITA' DI BASILEA

Blowup solutions for semilinear elliptic equations with Hardy potential.

Abstract.

Elliptic equations which give rise to solutions blowing up at the boundary, are perturbed by a Hardy potential with a singularity at the boundary. This potential changes the structure of the set of solutions considerably. A Phragmen-Lindelof type theorem associated with the linear equation and a a priori upper bound play an import role for existence and nonexistence of blowup solutions. In this talk we report on a joint paper with Vitaly Moroz and Wolfgang Reichel.

Lunedì 8 Giugno 2009

Stefan Hildebrandt
UNIVERSITA' DI BONN

On the Plateau problem for Cartan functionals .

Abstract.

A Cartan functional is a two dimensional variational functional invarant under reparametrizations, where the Lagrangian is convex, one homogeneous and with linear growth in the gradient. We solve the Plateau problem on the disk in the class of continuous and finite energy maps for arbitrary rectifiable Jordan curve as boundary condition. Minimizers turn out to be conformally parametrized and Holder continuous in the interior. When the Lagrangian possesses a "perfect dominance function" and and for more regular boundary curves, higher regularity results are obtained.