

SEMINARIO DI EQUAZIONI DIFFERENZIALI  
ANNO ACCADEMICO 2009/10

DIPARTIMENTO DI MATEMATICA G. CASTELNUOVO  
SAPIENZA UNIVERSITÀ DI ROMA

Lunedì 9 Novembre 2009

**Nikolaos BOURNAVEAS**

SCHOOL OF MATHEMATICS UNIVERSITY OF EDINBURGH

*Global existence vs blow up for kinetic models of chemotaxis.*

**Abstract.**

Chemotaxis is the directed motion of cells towards higher concentrations of chemoattractants. It is modeled at the macroscopic level by nonlinear parabolic equations and at the microscopic level by nonlinear kinetic equations. We shall discuss some recent global existence and blow up results. For the existence results we shall use Strichartz and dispersion estimates.

Lunedì 16 Novembre 2009

**Julian Toledo di Valencia**

UNIVERSITY OF VALENCIA

*Nonlocal problems.*

**Abstract.** We will present some nonlocal problems that are analogous to the local problem  $u_t = \Delta_p(u)$  in  $\Omega \times (0, T)$ ,  $1 \leq p < +\infty$ , with boundary conditions and initial data. If  $p$  tends to infinity, we obtain a nonlocal evolution problem that models the formation of sandpiles ( $u(x, t)$  stands for the height of the sandpile) with, for example, prescribed height of sand outside of  $\Omega$  in the case of Dirichlet boundary conditions. We also give an interpretation of the limit problem in terms of Monge-Kantorovich mass transport theory. We will also present some result on this transport problems.

Lunedì 23 Novembre 2009

**Bernhard RUF**

UNIVERSITA' DI MILANO

*Sharp Moser type embeddings of second order*

**Abstract.** We study optimal embeddings for the space of functions whose Laplacian belongs to  $L^1$ . In particular, we establish in the limiting Sobolev case (i.e. when  $N = 2$ ) a sharp embedding inequality into the so-called Zygmund space. On one hand, this result enables us to improve the Brezis-Merle regularity estimate for the Dirichlet problem with data in  $L^1$ ; on the other hand, it represents a

borderline case of the Trudinger-Moser inequalities for higher order derivatives obtained by D.R. Adams.

Lunedì 30 Novembre 2009

**Eugenio MONTEFUSCO**

"SAPIENZA" , UNIVERSITA' DI ROMA

*Stabilita' orbitale di standing waves per sistemi di due equazioni di Schrodinger non lineari*

**Abstract.** Esporremo alcuni risultati recenti riguardo la stabilita' orbitale di standing waves per sistemi formati da due equazioni di Schrodinger non lineari debolmente accoppiate. Le stading waves sono delle soluzioni particolari del sistema di equazioni di Schrodinger composte da una parte complessa oscillante e da soluzioni reali del corrispondente un sistema ellittico. Nel seminario illustreremo l'esistenza di almeno tre famiglie di standing waves orbitalmente stabili per il sistema, dopo aver ripercorso i risultati in letteratura sulle standing waves e sul problema di Cauchy per il sistema di Schrodinger.

Lunedì 14 Dicembre 2009

**Italo CAPUZZO DOLCETTA**

"SAPIENZA" , UNIVERSITA' DI ROMA

*Alcuni problemi di attualita nella teoria dei giochi*

**Abstract.**

Il seminario sara' una presentazione piuttosto informale di alcuni problemi recenti relativi ad equilibri di Nash per giochi differenziali stocastici con un numero molto grande di giocatori. In particolare discuterò un sistema semplificato di condizioni di equilibrio per punti di Nash descritto da un sistema di equazioni alle derivate parziali ottenuto da Lasry e Lions con un passaggio al limite quando il numero dei giocatori tende all'infinito.

Lunedì 11 Gennaio 2010

**Antonin Chambolle**

ECOLE POLYTECHNIQUE

*Crack kinking in planar elasticity*

**Abstract.** Si considera un materiale bidimensionale fragile che segue le leggi dell'elasticita' linearizzata. La teoria classica di Griffith spiega quando una frattura si propaga, finche' si sa che percorso segue. Per spiegare in che direzione deve andare, invece, ci sono diversi criteri che non sembrano compatibili. Tenteremo di risolvere il paradosso introducendo un criterio di stabilit che sembra ragionevole, ed in ogni caso vale per le evoluzioni quasi-statiche definite per minimizzazioni incrementali dell'energia di Griffith. (L'esistenza di tali evoluzioni stata studiata ampiamente negli ultimi anni, da Dal Maso e Toader, Francfort e Larsen, ecc.) Secondo il nostro criterio, mostriamo che una frattura puo' diventare

instabile "prima" del momento previsto dai criteri classici, anche se rimane difficile capire, in queste situazioni, quando o come si propagerà'.

Lunedì 18 Gennaio 2010

**Filomena Pacella**

UNIVERSITÀ DI ROMA "LA SAPIENZA"

*Classificazione di soluzioni di equazioni ellittiche semilineari in domini non limitati.*

**Abstract.**

Nella prima parte del seminario si riassumeranno brevemente alcuni risultati sul comportamento o la non esistenza di soluzioni stabili o con indice di Morse finito ottenuti di recente da N. Dancer, A. Farina, L. Dupaigne, X. Cabre' per problemi ellittici semilineari. Nella seconda parte si esporranno dei nuovi risultati di simmetria e di non esistenza di soluzioni di indice di Morse "basso" ottenuti in un lavoro in collaborazione con F. Gladiali e T. Weth per problemi con termini non lineari soddisfacenti un'ipotesi di convessità'. Tali risultati si applicano sia a soluzioni positive che a soluzioni di segno variabile.

Lunedì 1 Febbraio 2010

**Nils Ackermann**

UNAM, CITTA' DEL MESSICO

*The impact of real analyticity of the nonlinearity on the structure of the solutions set of semilinear elliptic problems.*

**Abstract.**

If the nonlinearity of a semilinear elliptic equation is real analytic in an adequate way then the corresponding Euler-Lagrange functional, defined on a naturally chosen Sobolev space, is real analytic. This fact bears important consequences on the structure of the solution set of the equation. If the nonlinearity is only real analytic on the positive half line, in general the variational functional is not real analytic in any open subset of the natural Sobolev space. We use a new result on the exact decay at infinity of solutions of the stationary Schrödinger equation to show that at least the gradient of the variational functional is analytic in a neighborhood of the set of positive solutions, if one works in a carefully chosen weighted Banach space instead of the natural Sobolev space. Here the gradient retains its structure I-K, where K has compact derivative at every point. To illustrate the usefulness of this type of results we apply it to an equation on the whole space with periodic potential and superlinear nonlinearity, real analytic on the positive half line. The set of positive solutions is then locally path connected by piecewise differentiable arcs. As a consequence, the set of critical levels of the functional is discrete at low energy levels. This fact can be crucial in the application of variational principles.

Lunedì 8 Febbraio 2010

**Lucio Boccardo**

## UNIVERSITÀ DI ROMA "LA SAPIENZA"

*Alcuni calcoli di dicembre stimolati da un seminario di Italo.*

**Abstract.**

Si studia l'esistenza di soluzioni per un sistema ellittico o parabolico (verrà presentato solo il caso ellittico) di due equazioni. La caratterizzazione sta nei termini di ordine inferiore: nella prima equazione, esso è di tipo divergenza; nella seconda, esso ha dipendenza quadratica nel gradiente. L'accoppiamento è presente, nella prima, nel termine di tipo divergenza e, nella seconda, nel termine noto. La prima equazione è molto simile alla prima del sistema presentato da Italo; la seconda ha una vaga simiglianza.

Lunedì 15 Febbraio 2010

**Piero D'Ancona**

UNIVERSITÀ DI ROMA "LA SAPIENZA"

*Soluzioni di bassa regolarità per il sistema di Maxwell-Dirac.*

**Abstract.**

Il seminario riguarderà alcuni risultati di esistenza e unicità locale quasi ottimale per i sistemi di Dirac-Klein-Gordon e per il sistema di Maxwell-Dirac, ottenuti in collaborazione con D. Foschi (Ferrara) e S. Selberg (Trondheim, Norvegia). Quasi ottimale nel senso che gli spazi di Sobolev in cui sono presi i dati iniziali hanno una regolarità superiore ma arbitrariamente vicina a quella critica; ricordiamo che il problema è mal posto se la regolarità dei dati è inferiore a quella critica. In particolare per Maxwell-Dirac il campo elettromagnetico è di classe  $H^{l-1/2+\epsilon}$  mentre quello di Dirac è di classe  $H^\epsilon$ ,  $\epsilon > 0$  qualunque.

Lunedì 22 Febbraio 2010

**Angela Pistoia**

UNIVERSITÀ DI ROMA "LA SAPIENZA"

*Sul numero di soluzioni di un problema singolarmente perturbato*

**Abstract.**

Si mostrano alcuni risultati di molteplicità di soluzioni positive e che cambiano segno per un problema ellittico con perturbazione singolare. Si descrive, inoltre, il comportamento asintotico di tali soluzioni quando il parametro di perturbazione tende a zero. I risultati esposti sono stati ottenuti in collaborazione con T. D'Aprile.

Lunedì 1 Marzo 2010

**Corrado Mascia**

UNIVERSITÀ DI ROMA "LA SAPIENZA"

*Onde viaggianti per sistemi iperbolici-ellittici: il caso dei gas radianti.*

**Abstract.**

La dinamica di gas in presenza di radiazione viene descritta dalle equazioni di Eulero per fluidi comprimibili con un termine aggiuntivo che descrive il flusso

di energia radiante e che verifica un'equazione di tipo ellittico. Si tratta quindi di un modello realistico che da' luogo ad un sistema di equazioni di tipo iperbolico-ellittico (in buona compagnia con altri modelli che emergono nell'analisi dei semiconduttori e nello studio dei fenomeni di chemiotassi). Trattero' le questioni relative all'esistenza, la regolarita' e la stabilita' di onde viaggianti del sistema, corrispondenti alle onde di shock del sistema iperbolico associato. I risultati originali che saranno presentati sono ottenuti in collaborazione con C. Lattanzio, T.Nguyen, R. Plaza, D.Serre, K. Zumbrun.

Lunedì 8 Marzo 2010

**Giuseppe Mingione**  
UNIVERSITA' DI PARMA

*Aspetti non lineari della teoria di Calderon-Zygmund.*

**Abstract.**

La teoria classica di Calderon-Zygmund, nei suoi aspetti classici, risale agli anni 50 e permette di determinare le proprieta' di integrabilita' ottimali delle soluzioni di equazioni ellittiche e paraboliche in termini dell'integrabilita' del dato, nel caso in cui i problemi considerati siano lineari. Questa parte riposa su rappresentazioni esplicite via operatori di convoluzione integrali, e tecniche di Analisi Armonica. La teoria di Calderon-Zygmund nel caso di equazioni non-lineari cosa piu' recente, e i suoi fondamenti sono stati gettati negli anni 80 in alcuni lavori di Tadeusz Iwaniec, Lucio Boccardo e Thierry Gallouet e Luis Caffarelli. Tentero' di delineare alcuni sviluppi recenti che permettono, da un lato, di evitare completamente l'uso dell'Analisi Armonica, e dall'altro, di stabilire paralleli piu' precisi tra gli aspetti lineari e quelli non lineari.

Lunedì 15 Marzo 2010

**Carlo Sinestrari**  
UNIVERSITA' DI ROMA "TOR VERGATA"

*Evoluzione di ipersuperfici convesse secondo funzioni delle curvatures*

**Abstract.**

Un noto risultato di G. Huisken degli anni '80 afferma che un'ipersuperficie convessa che evolve per curvatura media si contrae in un punto in tempo finito, e converge a una sfera dopo un riscaldamento. Da allora molti autori hanno studiato le generalizzazioni di questo risultato considerando velocita' date da funzioni simmetriche delle curvatures principali diverse dalla curvatura media. Nonostante i molti risultati ottenuti, la conoscenza del comportamento per velocita' generali e' ancora parziale e spesso limitata alle superfici di dimensione due. In questo seminario daremo una panoramica dei risultati sull'argomento, includendo dei recenti risultati sul moto secondo la curvatura scalare, ottenuti in collaborazione con R. Alessandrini.

Lunedì 22 Marzo 2010

**Roberto Alicandro**  
UNIVERSITA' DI CASSINO

*Modelli di transizione di fase in presenza di tensioattivi: passaggio dal discreto al continuo*

**Abstract.**

Presenterò i risultati di un lavoro in collaborazione con Marco Cicalese e Laura Sigalotti, in cui studiamo, in termini di Gamma-convergenza, il passaggio dal discreto al continuo di un modello discreto che descrive fenomeni di transizione di fase in presenza di tensioattivi e che è ottenuto perturbando opportunamente il modello di Ising. Cercherò inoltre di tracciare un parallelo tra le conclusioni del nostro modello e quelle ottenute studiando il comportamento asintotico di un modello mesoscopico di tipo Cahn-Hilliard. Descriverò infine un'estensione del modello, considerando una classe di energie che tengano conto di interazioni di tipo più generale e della presenza di diversi tipi di tensioattivo.

Lunedì 12 Aprile 2010

**Futoshi Takahashi**  
OSAKA CITY UNIVERSITY

*Spectral estimates for blowing-up solutions to elliptic equations involving the critical Sobolev exponent*

**Abstract.**

We discuss some spectral properties of least energy solutions to elliptic problems involving the critical Sobolev exponent with variable coefficient functions. It is known that least energy solutions blow up at one point of the domain as a parameter involved tends to 0, and the location of the blow up point is controlled by the regular part of Green's function and the coefficient function. In this talk, we consider the linearized eigenvalue problem around these blowing-up solutions. We prove precise asymptotic estimates for the first  $(N+2)$ -eigenvalues and eigenfunctions, and study the effect of the coefficient functions in detail.

Lunedì 19 Aprile 2010

**Andrea Terracina**  
UNIVERSITÀ DI ROMA "LA SAPIENZA"

*Soluzioni entropiche a due fasi per equazioni paraboliche forward-backward*

**Abstract.**

Lo studio di equazioni paraboliche forward-backward è motivato in diversi contesti applicativi, ad esempio in modelli di transizione di fase, di trattamento di immagine e di dinamica delle popolazioni. Un modo per dar senso a questi problemi, altrimenti mal posti, è pensarli come limite singolare di equazioni contenenti termini regolarizzanti di ordine superiore. In questo seminario verrà illustrata una formulazione entropica, introdotta da Plotnikov, che si basa su un'approssimazione pseudoparabolica del problema iniziale. Verranno presentati dei

risultati di esistenza ed unicità, ottenuti in collaborazione con C. Mascia e A. Tesi, per soluzioni entropiche che prendono valori solo nelle fasi stabili corrispondenti agli intervalli in cui la diffusione è crescente. Infine saranno esposti dei risultati che riguardano lo studio qualitativo di tali soluzioni.

Lunedì 26 Aprile 2010

**Piermarco Cannarsa**

UNIVERSITA' DI ROMA "TOR VERGATA"

*Controllabilità di operatori parabolici degeneri*

**Abstract.**

Si discuterà la controllabilità a zero di una classe di operatori parabolici degeneri che si presenta naturalmente nello studio di domini invarianti per un flusso stocastico, o anche in modelli di climatologia, aerodinamica e genetica di popolazioni. La caratteristica principale di tali operatori è di risultare degeneri solo sul bordo del dominio spaziale, nella direzione normale al bordo stesso. Per lo studio della controllabilità si utilizzeranno disuguaglianze di Hardy e stime di Carleman globali, adattate alla degenerazione dell'operatore.

Lunedì 3 Maggio 2010

**Mario Pulvirenti**

UNIVERSITA' DI ROMA "LA SAPIENZA"

*Soluzioni dell'equazione di Vlasov-Poisson in presenza di cariche concentrate*

**Abstract.**

Si considera il problema di Cauchy relativo all'equazione di Vlasov-Poisson in presenza di cariche concentrate. Dopo una breve rassegna sui risultati noti, si affronta il problema in presenza di cariche puntuali. Si discute della buona posizione del problema in dimensione 2 e 3 nel caso repulsivo e di alcuni risultati parziali nel caso attrattivo. Questa ricerca è svolta in collaborazione con S. Caprino, C. Marchioro e E. Miot.

Lunedì 10 Maggio 2010

**Piero Marcati**

UNIVERSITA' DELL' AQUILA

*Approssimazioni dispersive dell'equazione incomprimibile di Navier-Stokes.*

**Abstract.** Il metodo di comprimibilità artificiale (come pure quello del lattice Boltzmann) sono stati quelli di maggiore successo nell'affrontare i problemi dovuti alla non località della pressione nella risoluzione della equazione di Navier - Stokes per fluidi incomprimibili. Tale nonlocalità si riflette nella velocità di propagazione infinita delle onde acustiche di pressione. I metodi predetti costruiscono delle approssimanti con velocità di propagazione finita. Il problema di sviluppare una teoria matematica per il controllo delle onde acustiche porta all'analisi delle proprietà dispersive delle onde di pressione. I risultati matematici presentati comportano teoremi di convergenza del metodo di comprimibilità artificiale

in  $R^n$  e su domini esterni. Lo strumento principale sono stime standard e non standard di tipo Strichartz per l'equazione delle onde oltre alla decomposizione nelle corrette scale di frequenza in presenza di condizioni al bordo. Altre applicazioni del metodo riguardano il problema del limite quasineutrale per fluidi di particelle cariche (Navier Stokes Poisson). In particolare alcuni risultati (ancora parziali) consentono una dimostrazione rigorosa della legge esponenziale di Debye.

Lunedì 17 Maggio 2010

**Hitoshi Ishii**

WASEDA UNIVERSITY

*Singular integral equations and convergence to p-Laplace equations.*

**Abstract.** I will discuss the solvability and asymptotic behavior of solutions of the Dirichlet problem for nonlinear singular integral equations, parametrized by  $p > 1$  and  $0 < s < p$ . The kernel functions are functions of  $z$  given by  $(p - s)|z|^r$ , where  $r = -n - s$ , and the p-Laplace equation appears in the limit as  $s$  goes to  $p$ .

Lunedì 24 Maggio 2010

**Scipio Cuccagna**

UNIVERSITA' DI REGGIO EMILIA

*La struttura hamiltoniana dell'equazione nonlineare di Schrodinger e la stabilita' asintotica dei suoi stati fondamentali .*

**Abstract.**

Alla fine degli anni 80, Soffer e Weinstein hanno introdotto la questione della stabilita' asintotica degli stati fondamentali di equazioni dispersive. Il problema e' una versione piu' complicata del problema che consiste nel dimostrare che soluzioni vicine alla soluzione 0 sono asintoticamente simili a soluzioni piccole di una equazione lineare. Nel caso dei solitoni della KdV, ci sono lavori fondamentali di Pego e Weinstein e di Martel e Merle. Nel caso della NLS il problema di fondo e' risultato essere la questione di cosa succeda a certi modi discreti, la cui presenza suggerirebbe la possibile esistenza di tori invarianti (incompatibili con la stabilita' asintotica). A partire dal lavoro di Buslaev e Perelman (95), si e' identificato un meccanismo che doveva essere una ostruzione ai tori invarianti, meccanismo poi battezzato "regola aurea nonlinear di Fermi" da Soffer e Weinstein. Nei 15 anni successivi al lavoro di Buslaev e Perelman, ci sono stati solo minimi progressi sulla questione della regola di Fermi. Nel 2010 abbiamo dapprima capito (con Bambusi) una versione piu' semplice della regola di Fermi nello studio della stabilita' dello 0 per l'equazione di Klein Gordon con modi discreti. La novita' e' stata l'uso della struttura hamiltoniana e delle forme normali di Birkhoff. In questo seminario, spiego la mia successiva soluzione della questione della regola aurea nonlinear di Fermi nel caso degli stati fondamentali della NLS. Qui il problema rispetto al lavoro con Bambusi, e' che si fa la forma normale di Birkhoff non in punti di equilibrio.



Lunedì 31 Maggio 2010

**Evelyne Miot**

UNIVERSITA' DI ROMA "LA SAPIENZA"

*Dynamics of vortices in a complex Ginzburg-Landau equation.*

**Abstract.** In this talk, we will consider a complex Ginzburg-Landau equation on the plane, corresponding to a Gross-Pitaevskii equation with a small damping term. We will focus on an asymptotic regime in which the solutions exhibit point singularities (vortices), for which we will determine the motion law up to the first collision time.

Lunedì 7 Giugno 2010

**Laura Sigalotti**

UNIVERSITA' DI ROMA "LA SAPIENZA"

*Asymptotic analysis of discrete systems with complex interfacial interactions.*

**Abstract.**

This talk deals with the asymptotic analysis of three atomistic systems in which the limit configurations involve complex surface energies. The analysis is performed by computing suitable Gamma-limits in the continuum which approximate the discrete problems. Firstly, we will focus on the description of the overall effect of pinning conditions in discrete systems, highlighting the analogies and differences with the corresponding continuous case. Subsequently, we will deal with the analysis of a "defected" atomistic system: we consider a discrete system in which the interaction between the particles is given by quadratic potentials and we modify it by introducing some defects, modeled as simple nonlinear perturbations (joint work with A. Braides). Finally, we will study the effects caused by the presence of surfactants in phase-separation phenomena from the point of view of discrete systems (joint work with R. Alicandro and M. Cicalese).

Lunedì 14 Giugno 2010

**Adriano Pisante**

UNIVERSITA' DI ROMA "LA SAPIENZA"

*Transizioni di fase e ipersuperfici minime nello spazio iperbolico .*

**Abstract.** Studiamo l'approssimazione tipo Cahn-Hillard di ipersuperfici minime intere nello spazio iperbolico. Combinando tecniche di confronto, di minimizzazione e di blow-up mostriamo l'esistenza di soluzioni intere di equazioni ellittiche che minimizzano localmente i funzionali di energia approssimanti il funzionale d'area e che hanno un valore all'infinito assegnato. Da ultimo studiamo il limite quando il parametro di approssimazione tende a zero tramite tecniche di Gamma-convergenza, ottenendo un risultato di esistenza di ipersuperfici minime intere con bordo all'infinito assegnato. In particolare ritroviamo alcuni risultati di Anderson e Lang ottenuti in precedenza con un approccio diretto tramite teoria geometrica della misura. Se il tempo lo permetterà discuteremo brevemente problemi aperti nel caso di superfici minime di codimensione

superiore, come pure analoghi problemi per l'evoluzione per curvatura media via approssimazione parabolica ed evoluzione per curvatura binormale mediante approssimazioni dispersive tipo Gross-Pitaevskii.

.

Lunedì 21 Giugno 2010

**Sergio Segura de Leon**  
UNIVERSITA' DI VALENCIA

*The Dirichlet problem for a nonlinear singular elliptic equation .*

**Abstract.**

We study an elliptic problem (in an open bounded set of  $R^N$ , with homogeneous Dirichlet boundary conditions) involving the 1-Laplacian operator and a first order term. We introduce a suitable definition of solution to this problem and prove that, for every datum in a suitable Lebesgue space, there exists a unique solution. The differential operator involved appears in the level-set formulation of the inverse mean curvature flow.