SEMINARIO DI EQUAZIONI DIFFERENZIALI
ANNO ACCADEMICO 2004/05

DIPARTIMENTO DI MATEMATICA *G. CASTELNUOVO*
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA *LA SAPIENZA*

Lunedì 29 settembre 2004

Robert DIDIER
UNIVERSITÉ DE NANTES

Non Linear Eigenvalue Problems

Abstract. In this talk I consider generalized eigenvalue problems for a family of operators with a polynomial dependence on a complex parameter.
The basic example is the following equation

$$-\Delta u + (P(x) - \lambda)^2 u = 0,$$

where P is a polynomial of degree $m \geq 2$ such that the homogeneous part P_m of P satisfies $P_m(x) > 0$ for every $x \in \mathbb{R}^n \backslash \{0\}$, $\lambda \in \mathbb{C}$ and u is in the space $L^2(\mathbb{R}^n)$.
The problem is to find solutions λ and u for this equation. It is equivalent to a genuine non self-adjoint operator for a 2×2 system. We discuss here existence of non trivial eigenstates (λ, u) for models coming from analytic theory of smoothness for PDE. I shall review some old results and presents recente improvements on this subject.

Lunedì 4 ottobre 2004

Marino BADIALE
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TORINO

Risultati di molteplicità per l'equazione di Hénon

Sunto. Recenti ricerche hanno mostrato che l'equazione di Hénon

$$-\Delta u(x) = |x|^a u^p(x),$$

presenta interessanti fenomeni di rottura di simmetria. In questo seminario si presentano alcuni risultati di esistenza di soluzioni non radiali validi anche per valori dell'esponente p superiori al valore critico delle immersioni di Sobolev.

Lunedì 18 ottobre 2004

Kenji Yajima
GAKUSHUIN UNIVERSITY, TOKYO

Existence and regularity for the Schroedinger propagator

Abstract. We consider time dependent Schroedinger equations with linearly increasing smooth magnetic potentials and quadratically increasing singular scalar potentials. We give sufficient conditions on the potentials:
$i)$ for the existence of a unique unitary propagator;
$ii)$ for the propagator to preserve the domain of the harmonic oscillator.

Lunedì 25 ottobre 2004

Isabeau BIRINDELLI
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA LA SAPIENZA

Il primo autovalore per operatori completamente non-lineari singolari

Lunedì 8 novembre 2004

Alberto ABBONDANDOLO
SCUOLA NORMALE SUPERIORE DI PISA

Omologia di Floer per cotangenti

Abstract. L'omologia di Floer è diventata un potente strumento per dimostrare l'esistenza di orbite periodiche di sistemi Hamiltoniani (congetture di Arnold) e per produrre invarianti simplettici.
Presenteremo una nuova costruzione dell'isomorfismo tra l'omologia di Floer del fibrato cotangente di una varietà compatta M e l'omologia singolare dello spazio dei lacci su M.
Mostreremo che al prodotto *paio di pantaloni* in omologia di Floer corrisponde il *prodotto dei lacci* di Chas e Sullivan. La presentazione avrà carattere introduttivo.

Lunedì 22 novembre 2004

Alberto TESEI
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA LA SAPIENZA

Disuguaglianza di Harnack per equazioni paraboliche singolari

Abstract. Usando recenti risultati di A. Grigoryan e L. Saloff-Coste, si dimostra la disuguaglianza di Harnack parabolica per l'equazione del calore con potenziale quadratico inverso. Se ne deducono stime bilatere per il nucleo del calore relativo e per la funzione di Green del problema ellittico associato.

Lunedì 29 novembre 2004

Ermanno LANCONELLI
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BOLOGNA

Un teorema di tipo Alexandrov per i domini di Reinhardt di $\mathbb{C}^2$

Sunto. Sia M una ipersuperficie orientata di $\mathbb{C}^{n+1}$ e sia p un punto di M. In analogia con la classica nozione di curvatura di Gauss, si chiama curvatura totale di Levi di M nel punto p il prodotto degli autovalori della forma di Levi normalizzata di M in p. Le sfere di raggio R di $\mathbb{C}^{n+1}$ hanno curvatura totale di Levi costante, uguale a R^{-n}. Sebbene il nuovo tipo di curvatura dia informazioni meno precise, di quella classica di Gauss, sulla geometria delle superficie, è del tutto naturale porsi il seguente problema:

Le ipersuperficie compatte e connesse di $\mathbb{C}^{n+1}$ con curvatura totale di Levi costante sono soltanto le sfere?

Il metodo degli iperpiani mobili di Alexandrov non è immediatamente adattabile a questa nuova situazione. L'equazione alle derivate parziali non lineare, che esprime il fatto che la curvatura di Levi è costante, non è ellittica e per essa non vale, come si prova con esempi espliciti, il pricipio del massimo alla frontiera che costituisce uno degli ingredienti essenziali del metodo degli iperpiani mobili.
I domini di Reinhard di $\mathbb{C}^2$ hanno intrisiche proprietà di simmetria, e la curvatura di Levi della loro frontiera si esprime mediante operatori differenziali ordinari. La dimostrazione della versione complessa del Teorema di Alexandrov si riduce così, per questi domini, alla dimostrazione dell'unicità della soluzione globale di un'equazione differenziale oridinaria.

Lunedì 6 dicembre 2004

Lucio BOCCARDO
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA LA SAPIENZA

Problemi di Dirichlet con termini a crescita naturale (= quadratica nel gradiente) e dati potenziali di Hardy

Abstract. Saranno presentati risultati di esistenza (e non esistenza) di soluzioni (deboli) illimitate di alcuni problemi di Dirichlet con termini a crescita naturale (= quadratica nel gradiente) e dati potenziali di Hardy del tipo

$$u \in W_0^{1,2}(\Omega) : -div(a(x,u,\nabla u)) = b(x,u,\nabla u) + f(x)$$

e il cui esempio modello è

$$u \in W_0^{1,2}(\Omega) : \int_\Omega M(x)\nabla u \nabla \varphi = \gamma \int_\Omega |\nabla u|^2 \varphi + \int_\Omega \frac{A}{|x|^2}\,\varphi,$$
$$\forall \varphi \in W_0^{1,2}(\Omega) \cap L^\infty(\Omega)$$

(Ω aperto limitato di R^N). Si noti che il termine noto $\frac{A}{|x|^2}$ non appartiene a $L^{\frac{N}{2}}(\Omega)$.
Se il secondo membro $f(x)$ appartiene a $L^m(\Omega)$, $m > \frac{N}{2}$, l'esistenza di soluzioni deboli limitate è stata provata (nel passato) in collaborazione con F. Murat and J.P. Puel.

Lunedì 13 dicembre 2004

Massimo GROSSI
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA LA SAPIENZA

Proprietà qualitative delle autofunzioni di un problema lineare relativo all'esponente di Sobolev critico

Abstract. Si consideri la soluzione u_ε del seguente problema

$$(P_\varepsilon)\begin{cases} -\Delta u = u^{p_\varepsilon} & \text{in } \Omega \subset R^N \\ u > 0 & \text{in } \Omega \\ u = 0 & \text{su } \partial\Omega, \end{cases},$$

dove $p_\varepsilon = \frac{N+2}{N-2} - \varepsilon$, e la soluzione $v_{i,\varepsilon}$ del problema linearizzato $(L_{i,\varepsilon})$ associato a (P_ε),

$$(L_\varepsilon)\begin{cases} -\Delta v = \lambda_i u^{p_\varepsilon - 1} v & \text{in } \Omega \subset R^N \\ v = 0 & \text{su } \partial\Omega, \end{cases},$$

dove $i = 1, 2, ...$
La struttura delle autofunzioni $v_{i,\varepsilon}$ di $(L_{\lambda,\varepsilon})$ gioca un ruolo molto importante nello studio delle proprietá qualitative della soluzione u_ε di (P_ε) (unicitá della soluzione, forma degli insiemi di livello etc.).
In questo seminario si presenteranno alcuni risultati sulle autofunzioni del problema linearizzato $(L_{\lambda,\varepsilon})$ (lavoro in collaborazione con Filomena Pacella). Ad esempio proveremo che tutte le autofunzioni, a partire dalla seconda fino alla $(N+2)$-sima, cambiano segno esattamente due volte e nel caso in cui il dominio sia convesso, l'insieme degli zeri di tutte le autofunzioni dalla seconda alla $(N+1)$-sima tocca il bordo.
Infine si discuterá il legame tra questi risultati e analoghe proprietá della seconda autofunzione del laplaciano in $\mathbb{R}^2$.

Lunedì 10 gennaio 2005

Bernrd RUF
UNIVERSITÀ DI MILANO

Alcuni casi limiti per sistemi ellittici superlineari

Abstract. E' noto che per equazioni ellittiche esiste la crescita critica per la nonlinearità che genera i fenomeni interessanti di non compattezza e di concentrazione. La crescita critica viene data dal caso

limite nel teorema d'immersione di Sobolev. In sistemi ellittici di tipo Hamiltoniano, la crescita critica è caratterizzata da una iperbole critica. Si discutono alcuni casi nei quali si usano spazi di Orlicz e spazi di Lorentz per determinare la crescita critica.

Lunedì 24 gennaio 2005

Scipio CUCCAGNA
UNIVERSITÀ DI MODENA E REGGIO EMILIA

Sulla stabilità asintotica degli stati fondamentali dell'equazione di Schroedinger nonlineare

Abstract. Durante gli anni 70 Walter Strauss dimostra, per dimensione generica, l'esistenza di stati fondamentali dell'equazione di Schroedinger nonlineare. Nel corso degli anni 80 vari autori ne studiano la stabilità orbitale tipicamente usando funzionali di Lyapunov.
Lo spettro continuo dell'operatore linearizzato è contenuto sull'asse immaginario e quando gli autori degli anni '80 guardano al problema da un punto di vista finito dimensionale non fornisce indicazione sulla stabilità.
Noi mostriamo come lo spettro continuo consenta di dimostrare stabilità asintotica (cioè dispersione dell'errore), sotto determinate ipotesi, utilizzando teoria dello scattering per operatori di Schroedinger.

Lunedì 31 gennaio 2005

Damiano FOSCHI
UNIVERSITÀ DE L'AQUILA

Struttura Null-form del sistema di Maxwell-Dirac

Abstract. Il sistema di equazioni Maxwell-Dirac descrive l'interazione tra campo elettromagnetico e una particella dotata di spin (elettrone). In questo seminario descriveremo la struttura non lineare del sistema in termine delle forme quadratiche nulle introdotte da Klainerman e Machedon. Rifacendoci a risultati di Bournaveas, Selberg, Machedon e Sterbenz vedremo come si possono ottenere dei risultati di buona positura locale per il probelma di Cauchy con dati iniziali di bassa regolarità.

Lunedì 7 febbraio 2005

Luigi AMBROSIO
SCUOLA NORMALE SUPERIORE DI PISA

Equazioni paraboliche associate a funzionali policonvessi: alcuni recenti risultati

Abstract. Il problema dell'esistenza di curve di massima pendenza associate a funzionali non convessi del calcolo delle variazioni è ancora largamente aperto. Descriverò le difficoltà esistenti nello studio del problema e alcuni risultati recenti, dovuti a Evans-Gangbo-Savin e a Ambrosio-Lisini-Savaré, relativi al caso particolare nel quale la funzione integranda dipenda dal solo determinante.

Lunedì 14 febbraio 2005

P.N. SRIKANTH
TIFR CENTER, BANGALORE

Mountain Pass, Morse Index & Concentration phenomena for a Class Of Semilinear Problems

Abstract. In this talk we consider two different types of superlinear elliptic problems. One Ambrosetti–Prodi type and another Brezis–Nirenberg type. We will show how similar ideas will lead to different qualitative informations.

Lunedì 21 febbraio 2005

Dino FORTUNATO
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BARI

Sulle equazioni di Maxwell

Abstract. L'introduzione di perturbazioni semilineari nelle equazioni di Maxwell permette di interpretare da un punto di vista unitario la relazione tra campo elettromagnetico e materia: le particelle sono descritte da onde solitarie la cui esistenza è dovuta alla presenza della nonlinearità.
Nel caso magnetostatico si è ricondotti allo studio di un'equazione ellittica variazionale, fortemente degenere ed avente come incognita il potenziale vettore A. Il funzionale relativo è fortemente indefinito e viene studiato utilizzando una tecnica variazionale legata alla decomposizione di Hodge del potenziale vettore.

Lunedì 28 febbraio 2005

Didier SMETS
UNIVERSITÉ PARIS VI

Newtonian potential of measures with bounded k-dimensional densities and application to the regularity of the Ginzburg-Landau system

Abstract. Recently, Bourgain Brezis and Mironescu proved that solutions of the stationnary Ginzburg-Landau equations in dimension 3 (and in a suitable setting) are uniformly bounded in $W^{1,p}$ for any $p < 2$.
We will provide an extension and simple proof of that fact based on monotonicity arguments and on a simple (no so well known) result

in harmonic analysis concerning Newtonian potentials of measures with bounded k-dimensional densities.

Lunedì 14 marzo 2005

Tobias WETH
UNIVERSITAT GIESSEN

Multiple solutions of some variational problems with lack of compactness

Abstract. In this talk I will present a method to obtain multiple solutions of the Dirichlet problem for the equation $-\Delta u = \lambda u + |u|^{4N-2}u$ on a bounded domain Ω of $\mathbb{R}^N$, $N \geq 4$, which is known as the Brezis-Nirenberg problem. One of our results states that, if $\lambda > 0$ is not a Dirichlet eigenvalue of $-\Delta$ on Ω, this problem has at least $(N+1)/2$ solutions. This extends an earlier result of Devillanova and Solimini which was only valid for λ less than the first Dirichlet eigenvalue of $-\Delta$ on Ω. Our method also applies to some other variational problems with lack of compactness. If time permits, I will give a brief account of an application to a class of nonlinear Schrödinger equations. This is joint work with Mónica Clapp.

Lunedì 14 marzo 2005

Gianni DAL MASO
SCUOLA INTERNAZIONALE STUDI SUPERIORI AVANZATI, TRIESTE

Problemi di evoluzione quasi-statica in materiali elasto-plastici

Lunedì 21 marzo 2005

Bernard DACOROGNA
ECOLE POLYTECHNIQUE FÈDÈRALE DE LAUSANNE

Some extension of vector valued maps

Abstract. We revisit studies on extension of Lipschitz maps and obtain new results about extension of displacements of bounded strain tensors. These questions are of interest in elasticity theory, optimal designs, as well as in functional analysis.

Lunedì 21 marzo 2005

Antonino MORASSI
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI UDINE

Su alcuni problemi inversi in elasticità

Abstract. Nello studio di un fenomeno governato dalle equazioni classiche della fisica matematica, l'applicazione del modello a situazioni reali richiede la conoscenza di parametri che nel modello sono considerati come parte dei dati, mentre, in molte situazioni di interesse pratico, essi non sono completamente noti o sono inaccessibili

ad una misura diretta. Pertanto, in svariate aree delle scienze applicate e della tecnologia, ci si trova di fronte a problemi inversi, cioè a problemi nei quali il ruolo tra una parte dei dati e una parte delle incognite è scambiato. Le incognite, anziché far parte delle equazioni che modellano il problema diretto, sono di volta in volta coefficienti che descrivono le proprietà interne del materiale oppure sono parametri geometrici del problema.
I dati, viceversa, provengono da misure dei campi presenti nel modello che, nella formulazione diretta del problema, sarebbero considerati incogniti. L'ostacolo ricorrente nello studio dei problemi inversi è conseguenza del fatto che solitamente vengono a mancare alcuni dei postulati di buona posizione di Hadamard (esistenza e unicità della soluzione e dipendenza continua di questa dai dati), che sono invece soddisfatti nei problemi diretti. Inoltre, malgrado la linearità del problema diretto, lo studio di problemi inversi è ulteriormente complicato dalla presenza di un'estrema non linearità tra dati e incognite. In questo seminario si presentano alcuni problemi inversi in elasticità lineare e si illustrano alcuni risultati ottenuti negli ultimi anni in collaborazione con Giovanni Alessandrini e Edi Rosset. I risultati riguardano la determinazione di limitazioni, dall'alto e dal basso, del volume di inclusioni presenti in un continuo elastico isotropo da una singola misura di trazioni e spostamenti presa sul bordo del corpo. Saranno poi discusse alcune stime di stabilità per il problema.

Lunedì 4 aprile 2005

Carlo SBORDONE
UNIVERSITÀ DI NAPOLI FEDERICO II

La teoria precisa L^p per le soluzioni di equazioni ellittiche nel piano

Abstract. Sia Ω un dominio limitato di $\mathbb{R}^2$ e sia $k > 1$ un numero reale. Denotiamo con $E(k)$ l'insieme delle matrici quadrate di ordine 2, misurabili a valori nello spazio delle funzioni limitate su Ω tali che

$$A(x) = A^t(x), \quad det(A(x)) = 1, \quad q.o.x \in \Omega,$$

e che soddisfino la seguente condizione di ellitticità:

$$k^{-1/2}|\xi|^2 < (A(x)\xi, \xi) < k^{1/2}|\xi|^2, \quad q.o.x \in \Omega, \forall \xi \in \mathbb{R}^2.$$

Ad ogni matrice in questo insieme possiamo associare tre differenti operatori differenziali:

- operatore in forma di divergenza $L(u) = div(A^2(x)\nabla u)$,
- operatore non in forma di divergenza $M(u) = Tr(A(x)\nabla^2 u)$,
- operatore formale aggiunto $N(u) = \nabla^2(A(x)u)$.

In questo seminario discuteremo alcuni risultati di regolarità inerenti tali operatori.

Lunedì 11 aprile 2005

Nassif GHOUSSOUB
UNIVERSITY OF BRITISH COLUMBIA, VANCOUVER-CANADA

The theory of anti-selfdual Lagrangians and its applications

Abstract. We develop the concept and the calculus of anti-self dual Lagrangians which seem inherent to many questions in mathematical physics, geometry, and differential equations. They yield variational formulations and resolutions for large classes of non-potential boundary value problems and initial-value parabolic equations.
Solutions are still minima of action functionals, but just like the self (and antiself) dual equations of quantum field theory (e.g. Yang-Mills) the equations associated to such minima are not derived from the fact they are critical points of the functionals, but because they are also zeroes of the Lagrangian itself.
Applications include Navier-Stokes evolutions, various gradient flows, Hamiltonian systems and Cauchy-Riemann equations.

Lunedì 2 maggio 2005

Frank MERLE
UNIVERSITÉ DE CERGY-PONTOISE

Notion of profile at the blow-up for critical nonlinear Schrodinger equation

Abstract. We will consider the L^2 critical nonlinear Schrodinger equation in dimension smaller or equal to 4 in the full space.
At the blow-up in the energy space, we have a concentration of a universal L^2 mass and a strong limit outside. Again, in the rescaled version of the equation, a universal profile can be seen.
Nethertheless, one can have different blow-up speed, and one can recover the information on the blow-up speed on the profile outside the singularity.

Lunedì 9 maggio 2005

Vincenzo VESPRI
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI FIRENZE

Stime di Harnack paraboliche e classi di De Giorgi

Abstract. Si provano le classiche stime di Harnack paraboliche utilizzando le classi di De Giorgi invece che il crossover lemma utilizzato da Moser. La dimostrazione data modifica una dimostrazione originariamente data da DiBenedetto-Trudinger. Questo approccio basato sulle classi di De Giorgi permette di dimostrare le stime di Harnack anche in casi nonlineari dove l'approccio di Moser sembra non funzionare.

Lunedì 9 maggio 2005

Massimiliano MORINI
CARNEGIE-MELLON UNIVERSITY, PITTSBURGH

Un modello per la crescita eteroepitassiale di un film sottile elastico su substrato elastico

Abstract. Si studia un problema a discontinuità libera che consiste nella minimizzazione di un funzionale ottenuto come somma di un'energia di volume (energia elastica) e di un'energia di superficie. Tale problema modellizza la crescita epitassiale di un film sottile sopra un substrato con proprietà elastiche diverse. Il mismatch tra le costanti elastiche dei due materiali genera uno stress che rende la configurazione piatta della superficie del film instabile rispetto a piccole perturbazioni. Dopo avere discusso la formulazione matematica e precisato gli spazi funzionali che rendono il problema di minimo ben posto, si studiano le proprietà qualitative e di regolarità delle soluzioni.

Lunedì 16 maggio 2005

Wei-Ming NI
UNIVERSITY OF MINNESOTA

Recent Progress on a Singularly Perturbed Semilinear Neumann Problem

Abstract. In this talk I would like to discuss solutions with maximal number of spikes on a domain, their energy levels and various other related questions for a singularly perturbed semilinear Neumann problem.

Lunedì 23 maggio 2005

Berardino SCIUNZI
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA LA SAPIENZA

Flat level set regularity of p-Laplace phase transitions

Abstract. I will talk about some recent results obtained in collaboration with E. Valdinoci and V. O. Savin. We consider weak solutions of div(—Du(x)—p-2Du(x))=h0′(u(x)) where h0 is a double-well potential. We prove that level sets of local minimizers of the energy functional are hyperplanes if N¡8. This provides the proof of a result which is the generalization to the case p¿1 of a conjecture of De Giorgi, recently solved by V.O. Savin for the case p=2.

Lunedì 23 maggio 2005

Quiangchang JU
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA LA SAPIENZA

Mathematical analysis of semiconductor model

Abstract. The talk will give a full description of the mathematical analysis of the models arising from semiconductor sciences. Especially, the recent research on both Euler-Poisson system and quantum drift-diffusion will be presented.

Lunedì 13 giugno 2005

Ireneo PERAL
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MADRID

Some Remarks on Elliptic Problems with energy going somewhere

Abstract. We discuss a couple of problems in which after some limit process, or the energy setting has no sense to be considered either the energy is no finite and some different framework must be considered.

Lunedì 27 giugno 2005

Marco SQUASSINA
POLITECNICO DI MILANO

Sulla localizzazione dei punti di concentrazione nei problemi ellittici singolarmente perturbati

Abstract. Si discutono alcune condizioni necessarie per la concentrazione di soluzioni, attorno ad un dato punto, di alcune classi di equazioni e sistemi ellittici singolarmente perturbati. Le condizioni coinvolgono i sottodifferenziali di opportune funzioni di minima energia.

Lunedì 18 luglio 2005

Sigmund SELBERG
UNIVERSITY OF TRONDHEIM, NORVEGIA

Optimal well-posedness for the Maxwell-Klein-Gordon and Maxwell-Dirac systems