



Corso di Laurea in Ingegneria Informatica e Automatica, A.A. 2022-23
Elementi di calcolo delle probabilità e statistica (Docente: Bertini)
Esercizi settimanali

SETTIMANA 3

Esercizio 1. Siano A, B due eventi con $\mathbb{P}(A) = 0.3$, $\mathbb{P}(A \cup B) = 0.5$ e $\mathbb{P}(B) = p$. Trovare il valore di p nei seguenti casi:

- 1) A e B sono disgiunti,
- 2) A e B sono indipendenti,
- 3) A è un sottoinsieme di B .

Esercizio 2. Siano A, B, C tre eventi indipendenti. Dimostrare che i seguenti eventi sono indipendenti

- 1) A^c, B, C ,
- 2) A^c, B^c, C ,
- 3) A^c, B^c, C^c .

Esercizio 3. Se i tre cavalli a, b, c competono tra loro le rispettive probabilità di vittoria sono 0.3, 0.5, 0.2. Si sfidano in tre gare consecutive. Calcolare la probabilità dei seguenti eventi:

- 1) lo stesso cavallo vince tutte e tre le gare,
- 2) ogni cavallo vince una gara.

Esercizio 4. Un missile colpisce il bersaglio con probabilità pari a $1/3$.

- 1) se si lanciano 3 missili, con quale probabilità almeno uno colpisce il bersaglio?
- 2) trovare il numero minimo di missili da lanciare affinché la probabilità che almeno uno colpisca il bersaglio sia superiore al 90%.

Esercizio 5. Per $n, b, k \in \mathbb{N}$, si consideri la *distribuzione ipergeometrica*¹

$$P_{n,b,k}(h) = \frac{\binom{b}{h} \binom{n}{k-h}}{\binom{b+n}{k}}, \quad h = 0, \dots, k.$$

- 1) Calcolare il limite di $P_{n,b,k}$ per $b, n \rightarrow \infty$ con $b/(b+n) \rightarrow p \in (0, 1)$ (k è fisso).
- 2) Discutere l'interpretazione probabilistica del risultato (*Suggerimento*: Considerare un problema di estrazioni da urne).

Esercizio 6. Alice (A), Barbara (B) e Carlo (C) si sfidano in un torneo con le seguenti modalità. Nel primo incontro si affrontano A e B. Il vincitore gioca poi contro C, se vince anche questo incontro è proclamato vincitore; se invece vince C, costui gioca contro il perdente dell'incontro precedente e così di seguito. Il primo giocatore che vince due incontri consecutivi vince il torneo. Si tenga presente che A, B e C hanno la stessa abilità nel gioco e pertanto ogni incontro è vinto da uno dei due contendenti con probabilità $1/2$.

¹Cioè la probabilità P su $\Omega := \{0, \dots, k\}$ tale che $P(\{h\}) = P_{n,b,k}(h)$.

- 1) Qualche giocatore è avvantaggiato dalle regole?
- 2) Calcolare la probabilità che il torneo finisca dopo n incontri, $n \geq 2$.
- 3) Calcolare le probabilità di vittoria per A, B e C.
- 4) Il torneo potrebbe non avere mai termine?