



Corso di Laurea in Ingegneria Informatica e Automatica, A.A. 2022-23
Elementi di calcolo delle probabilità e statistica (Docente: Bertini)
Esercizi settimanali

SETTIMANA 7

Esercizio 1. Il tempo di rottura del componente C_i è descritto dalla variabile aleatoria T_i , $i = 1, \dots, k$. Si assuma che le variabili aleatorie T_1, \dots, T_k siano indipendenti e che $T_i \sim \text{Geom}(p)$ con $p \in (0, 1)$, $i = 1, \dots, k$.

- 1) Trovare la distribuzione del tempo di rottura per il circuito C_{ser} ottenuto mettendo in serie i componenti C_1, \dots, C_k .
- 2) Trovare la distribuzione del tempo di rottura per il circuito C_{par} ottenuto mettendo in parallelo i componenti C_1, \dots, C_k .

Esercizio 2. Si assuma che - in media - il 2% della popolazione sia mancina. Dato un campione di 100 individui, utilizzando l'approssimazione di Poisson, calcolare la probabilità che almeno 3 siano mancini.

Esercizio 3. Ogni giorno Carlo riceve un numero aleatorio X di email, che possiamo pensare come una variabile aleatoria di Poisson di parametro $\lambda > 0$. Ogni email, indipendentemente dalle altre e dal numero totale di email ricevute, è spam con probabilità p e legittima con probabilità $1 - p$, $p \in (0, 1)$. Siano Y e Z rispettivamente il numero di email di spam e di email legittime ricevute oggi da Carlo.

- 1) Calcolare la distribuzione di Y e quella di Z .
- 2) Dire se Y e Z siano o meno indipendenti. In caso affermativo dimostrarlo, in caso contrario dare un controesempio.

Esercizio 4. Una moneta con probabilità di testa pari a $p \in (0, 1)$ viene lanciata un numero di volte aleatorio (indipendente dai risultati dei lanci della moneta) con distribuzione di Poisson di parametro $\lambda > 0$. Trovare le distribuzioni del numero totale di teste e croci ottenute e dimostrare che queste due variabili aleatorie sono indipendenti.

Esercizio 5. In uno schema di Bernoulli con probabilità di testa $p \in (0, 1)$ sia X la variabile aleatoria che conta il numero di risultati consecutivi uguali al primo; ovvero $X = 1$ se il primo lancio è testa e il secondo croce oppure il primo croce ed il secondo testa, $X = 2$ se due teste e poi una croce oppure due croci e poi una testa,...

- 1) Trovare la distribuzione di X .
- 2) Calcolare il valore di attesa di X .
- 3) Calcolare la varianza di X .

Esercizio 6. (COSTRUZIONE INTERVALLI DI CONFIDENZA) Si consideri una moneta truccata con parametro di truccatura p incognito. Al fine di determinare p , si lancia la moneta n volte e si stima p con S_n/n , ove S_n è il numero di teste negli n lanci effettuati. Dato $\delta > 0$ determinare quanto grande deve essere n affinché la probabilità che $|S_n/n - p| < \delta$ sia almeno il 95%.