



Laurea triennale in MATEMATICA

Corso di **PROBABILITÀ 1**

ESAME DEL 13.9.2021, Canale 1 (L. Bertini)

N.B. Scrivere le soluzioni degli esercizi giustificando brevemente i passaggi svolti utilizzando al massimo tre fogli.

Esercizio 1. Un mazzo di carte francesi è costituito da 52 carte di 4 semi distinti, numerate da 1 a 13. Si girano, una alla volta, le carte del mazzo finché si trova un 1.

- a) Calcolare la probabilità che il primo 1 venga estratto come quinta carta.
- b) Sapendo che il primo 1 è stato estratto come quinta carta, calcolare la probabilità che le prime quattro carte estratte siano stati 2.
- c) Calcolare la probabilità che il primo 1 venga estratto come k -sima carta, $k = 1, \dots$

Esercizio 2. I componenti elettronici prodotti in una fabbrica sono difettosi, l'uno indipendentemente dall'altro, con probabilità p e funzionanti con probabilità $1 - p$, $p \in (0, 1)$. Vengono sottoposti ad un controllo di qualità con la seguente modalità: ogni componente, l'uno indipendentemente dall'altro, viene ispezionato con probabilità α e non ispezionato con probabilità $1 - \alpha$, $\alpha \in (0, 1)$. Un componente trovato difettoso viene scartato, mentre gli altri vengono messi in commercio. Si supponga di avere n componenti prodotti dalla fabbrica.

- a) Calcolare la distribuzione del numero di componenti che vengono scartati dopo il controllo di qualità.
- b) Sapendo che il numero di componenti scartati dopo il controllo di qualità è pari a k , $k = 0, 1, \dots, n$, calcolare la distribuzione dei componenti difettosi tra gli $n - k$ messi in commercio.
- c) Siano X il numero di componenti messi in commercio e Z il numero di componenti difettosi messi in commercio. Calcolare $\mathbb{E}(Z/X|X)$ e $\mathbb{E}(Z/X)$.

Esercizio 3. Siano X e Y due variabili aleatorie continue, indipendenti ed identicamente distribuite con densità di probabilità $f(x) = \frac{1}{2} \exp\{-|x|\}$, $x \in \mathbb{R}$.

- a) Determinare la funzione di distribuzione (o funzione di ripartizione) della variabile aleatoria X .
- b) Determinare la densità di probabilità della variabile aleatoria X^2 .
- c) Determinare la densità di probabilità della variabile aleatoria $X + Y$.