

Laurea triennale in MATEMATICA, Corso di **PROBABILITÀ 1**

Prof. L. Bertini - G. Nappo - F. Spizzichino

ESONERO DEL 04.06.2010

N.B. Scrivere le soluzioni degli esercizi su questi fogli giustificando brevemente i passaggi svolti. Non è necessario svolgere tutti i calcoli fino in fondo.

NOME e COGNOME _____ CANALE _____

Esercizio 1. In un'elezione vi sono sette elettori e tre candidati (A, B e C) ed indichiamo con X_A , X_B e X_C il numero di voti che vengono rispettivamente attribuiti ad A , B e C .

Supponiamo che ciascun elettore voti, indipendentemente dagli altri, A con probabilità $\frac{1}{2}$, B con probabilità $\frac{1}{4}$ e C con probabilità $\frac{1}{4}$.

- i)* Calcolare $\alpha_1 = P(X_A = 2, X_B = 3, X_C = 2)$ e $\beta_1 = P(X_A = 2, X_B = 3, X_C = 5)$.
- ii)* Calcolare $\alpha_2 = P(X_C = 2)$ e $\beta_2 = P(X_C = 5)$.
- iii)* Calcolare $\alpha_3 = P(X_B = 3, X_C = 2)$ e $\beta_3 = P(X_B = 3, X_C = 5)$.
- iv)* Supponiamo di sapere che $X_B = 3$. Condizionatamente a tale evento, trovare la distribuzione di probabilità di X_C , il valore atteso e la varianza.

Laurea triennale in MATEMATICA, Corso di **PROBABILITÀ 1**

Prof. L. Bertini - G. Nappo - F. Spizzichino

ESONERO DEL 04.06.2010

N.B. Scrivere le soluzioni degli esercizi su questi fogli giustificando brevemente i passaggi svolti. Non è necessario svolgere tutti i calcoli fino in fondo.

NOME e COGNOME _____ CANALE _____

Esercizio 2. Supponiamo che, per ciascuno dei numerosi clienti di una compagnia di assicurazione, vi sia uguale probabilità (molto piccola) di denunciare un sinistro nel corso del mese di luglio 2010. Indichiamo con N il numero complessivo di denunce relative a tale periodo. Sulla base di sue informazioni e di precedenti dati statistici, la compagnia stima che il valore atteso di N sia uguale a 7,5.

- i)* Esprimere un valore approssimato per $P(N = 0)$
- ii)* Esprimere un valore approssimato per $P(N < 6)$
- iii)* Utilizzando la disuguaglianza di Čebišev, dare una limitazione inferiore a $P(4 \leq N \leq 11)$.

PARTE FACOLTATIVA

Si supponga inoltre che la compagnia abbia introdotto una soglia massima di rimborso di 9000 euro, ossia la compagnia rimborsa al massimo 9000 euro, anche se il danno causato da un sinistro supera tale soglia. Si assuma che la probabilità che il danno (causato da ciascun sinistro) sia maggiore o uguale alla soglia di 9000 euro sia $p = 0,02$, indipendentemente l'uno dall'altro.

Sia Y l'ammontare che la compagnia dovrà rimborsare, limitatamente ai sinistri denunciati nel mese di luglio e che comportano danni maggiori o uguali a 9000 euro.

- iv)* Calcolare $E(Y)$.

N.B. Scrivere le soluzioni degli esercizi su questi fogli giustificando brevemente i passaggi svolti.

ATTENZIONE: è necessario svolgere tutti i calcoli fino in fondo.

NOME e COGNOME _____ CANALE _____

Esercizio 3. La distribuzione di una variabile aleatoria continua X ammette una funzione di densità di probabilità della forma

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \leq -1, \\ a & -1 < x \leq 1, \\ \frac{1}{2}ax & 1 < x \leq 3, \\ 0 & x > 3. \end{cases}$$

- i)* Dimostrare che $a = \frac{1}{4}$.
- ii)* Dimostrare che $\mathbb{E}(X) = \frac{13}{12}$.
- iii)* Calcolare $P(0 < X < 2)$.