

Calcolo delle Probabilità 1
M. Isopi M. Piccioni
Compito del 21-9-2007

Esercizio 1.

Ci sono tre urne. La prima contiene 2 biglie bianche e 5 rosse; la seconda contiene 3 biglie bianche e 1 rossa; la terza contiene 10 biglie bianche e 10 rosse. Si sceglie un'urna a caso e se ne estrae una biglia.

- a) Qual è la probabilità che la biglia estratta sia rossa?
- b) Sapendo che si è estratta una biglia rossa qual è la probabilità che provenga dalla terza urna?

Esercizio 2.

Da un gruppo di 30 studenti, 18 ragazzi e 12 ragazze si sceglie a caso una squadra di 4 persone.

- a) Calcolare la probabilità che la squadra sia composta da 2 ragazze e 2 ragazzi.
- b) Calcolare la probabilità che i componenti della squadra siano tutti dello stesso sesso.

Esercizio 3.

Si consideri la seguente equazione

$$x^2 - 2x + A = 0$$

dove A è una variabile aleatoria con distribuzione

$$P(A = \frac{1}{2}) = \frac{1}{2}, \quad P(A_1 = \frac{1}{3}) = \frac{1}{3}, \quad P(A = \frac{1}{6}) = \frac{1}{6}.$$

Per ogni valore di A l'equazione ammette due soluzioni reali e distinte. Siano X_1 e X_2 con $X_1 < X_2$. Dopo aver espresso X_1, X_2 in funzione di A ,

- a) Calcolare $\mathbf{E}(X_2 - X_1)$,
- b) Calcolare $\mathbf{Var}(X_2 - X_1)$,

Esercizio 4.

Sia X_n una catena di Markov con spazio degli stati $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e con probabilità di transizione non nulle:

$$p_{12} = p_{13} = p_{15} = \frac{1}{3}; \quad p_{21} = p_{23} = p_{24} = \frac{1}{3}; \\ p_{33} = p_{35} = \frac{1}{2}; \quad p_{44} = p_{53} = 1;$$

e distribuzione iniziale $\mathbf{v} = (\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, 0, 0)$.

- a) Calcolare le probabilità che $X_1 = 5$ e la probabilità che $X_2 = 5$.
- b) Calcolare le probabilità che $X_0 = 1$ sapendo che $X_2 = 5$.